



# Elektronen-Wechselwirkungen

**Dr. R. Mini**

## 1. Wechselwirkungen von Elektronenstrahlung mit Materie



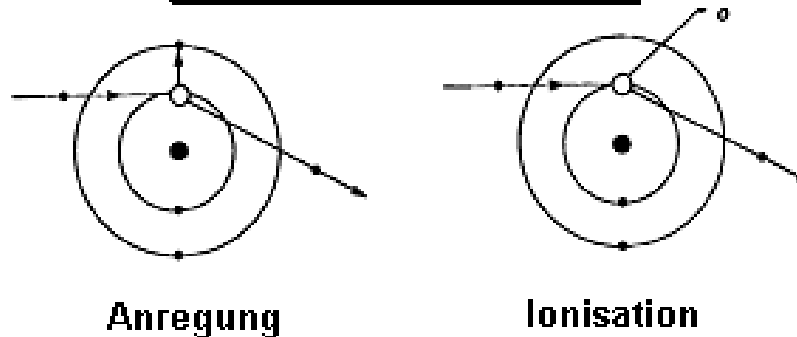
## Elektronenwechselwirkungen

- **Unelastische Stöße mit Atomhüllen (Anregung)**
- **Unelastische Stöße mit Hüllenelektronen (Ionisation)**
- **Unelastische Streuung an Atomkernen (Bremsstrahlungserzeugung)**
- **Kernreaktionen**

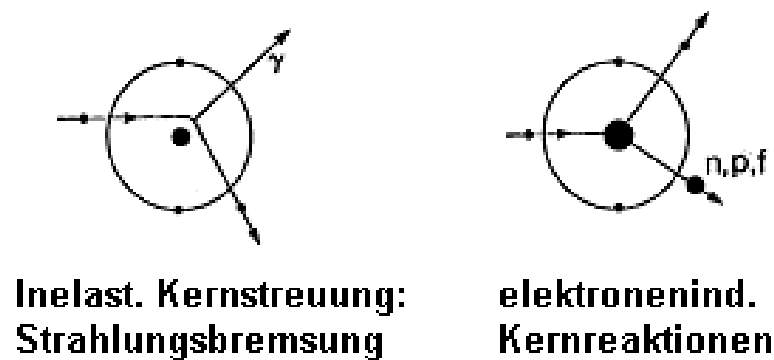


## Elektronenwechselwirkungen

### Hüllen-Wechselwirkungen



### Wechselwirkungen mit dem Atomkern



## Stossbremsvermögen $S_{\text{col}}$

$$S_{\text{col}} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{col}}$$

$$E_e < 500 \text{ keV}$$

$$S_{\text{col}} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{col}} \propto \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{v^2} \propto \rho \cdot \frac{m_e}{E}$$

$$E_e > 500 \text{ keV}$$

$$S_{\text{col}} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{col}} \propto \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot R$$

R : „Restfunktion“ (relativistische Energie und Materialabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte nach Bethe)

## Massenstossbremsvermögen

$$\frac{S_{\text{col}}}{\rho} \propto \frac{Z}{A} \cdot \frac{m_e}{E}$$

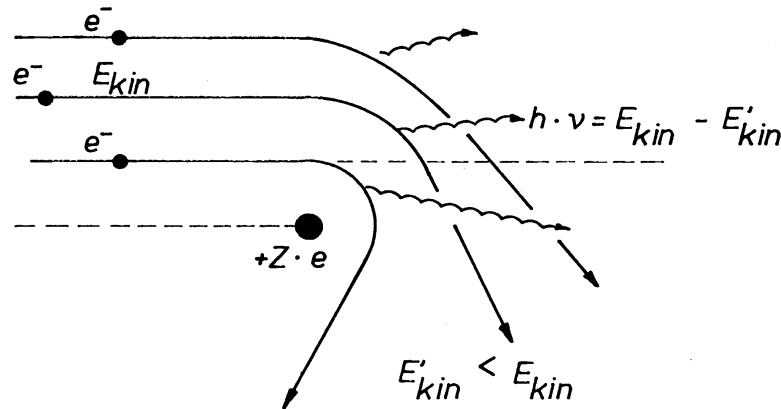
bzw.

$$\frac{S_{\text{col}}}{\rho} \propto \frac{Z}{A} \cdot R$$



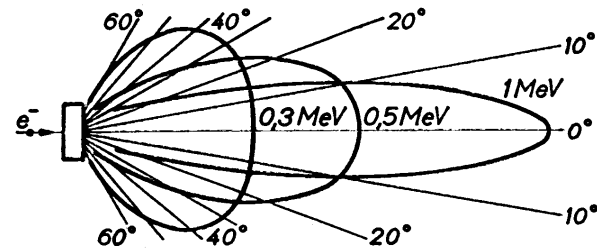
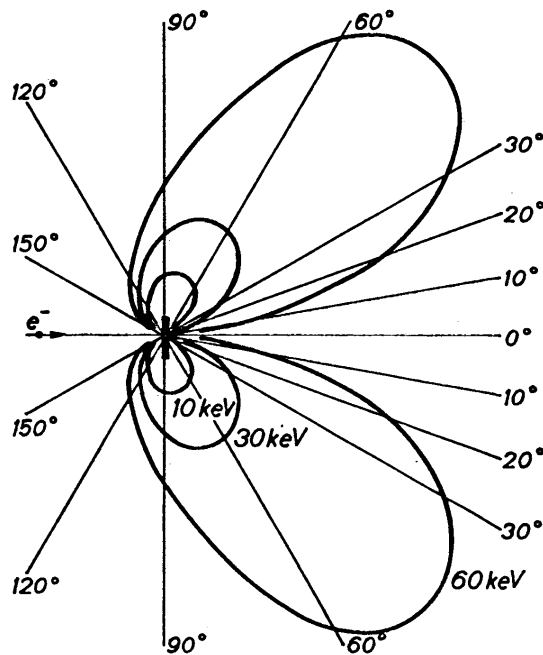
## Strahlungsbremsvermögen $S_{\text{rad}}$

$$S_{\text{rad}} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{rad}} \propto \rho \cdot \left( \frac{e}{m} \right)^2 \cdot Z^2 \cdot E$$

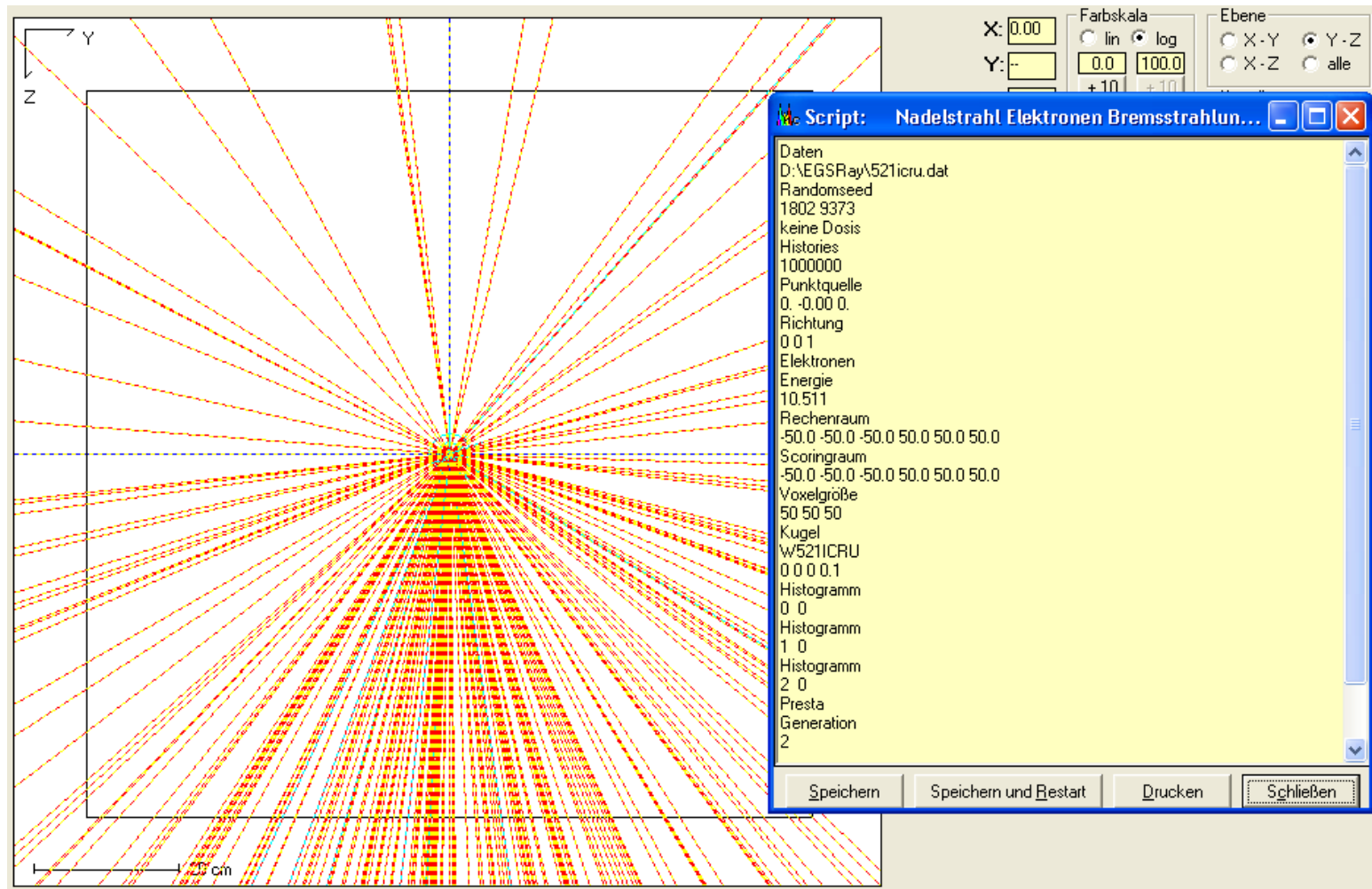


: Entstehung elektromagnetischer Strahlung bei der Strahlungsbremsung von Elektronen im elektrischen Feld eines Atomkernes der Ladung  $Z \cdot e$ . Die Differenz der kinetischen Elektronenenergien vor und nach der Ablenkung wird in Form sogenannter Bremsstrahlung ( $h \cdot \nu$ ) emittiert. Der Energieverlust der Elektronen hängt vom Stoßparameter der einlaufenden Elektronen ab. Die wichtigste Anwendung dieser Art von Strahlungsbremsung ist die Erzeugung von Bremsstrahlung in der Röntgenröhre.

## Winkelverteilung der Bremsstrahlungsphotonen

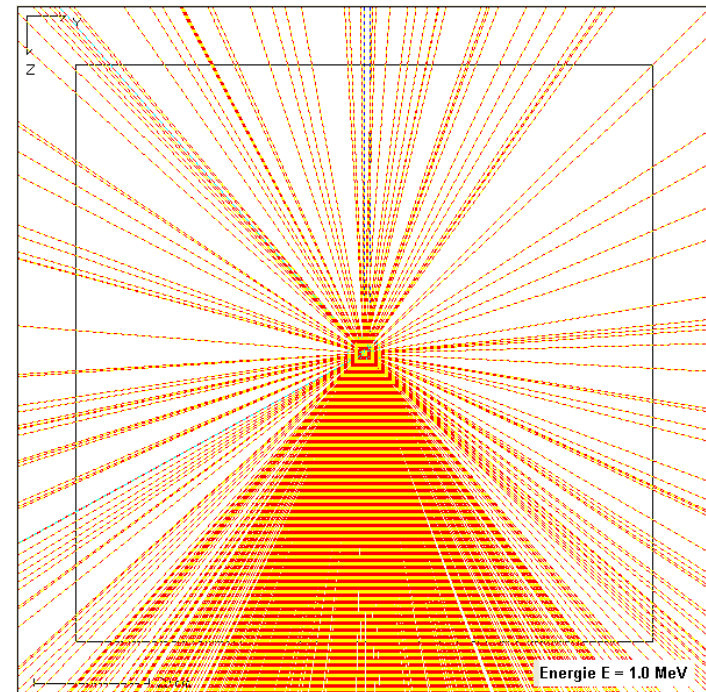
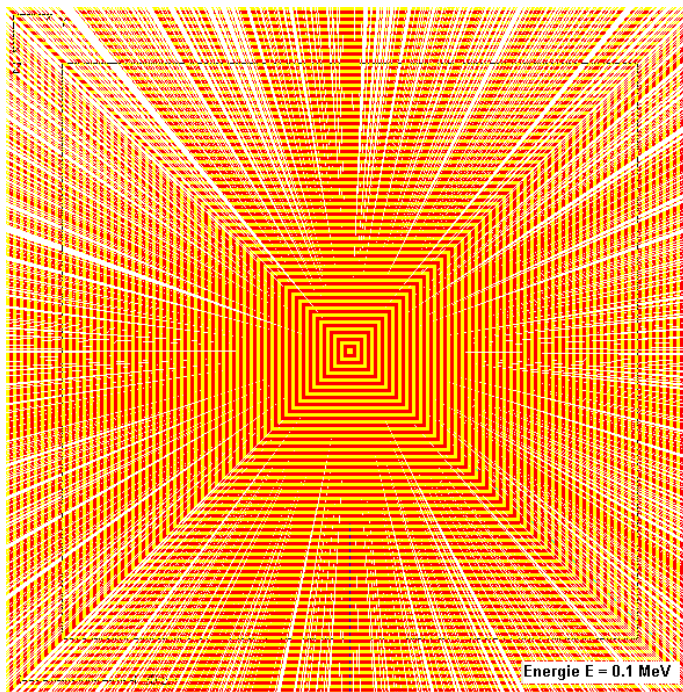


## Winkelverteilung der Bremsstrahlungsphotonen

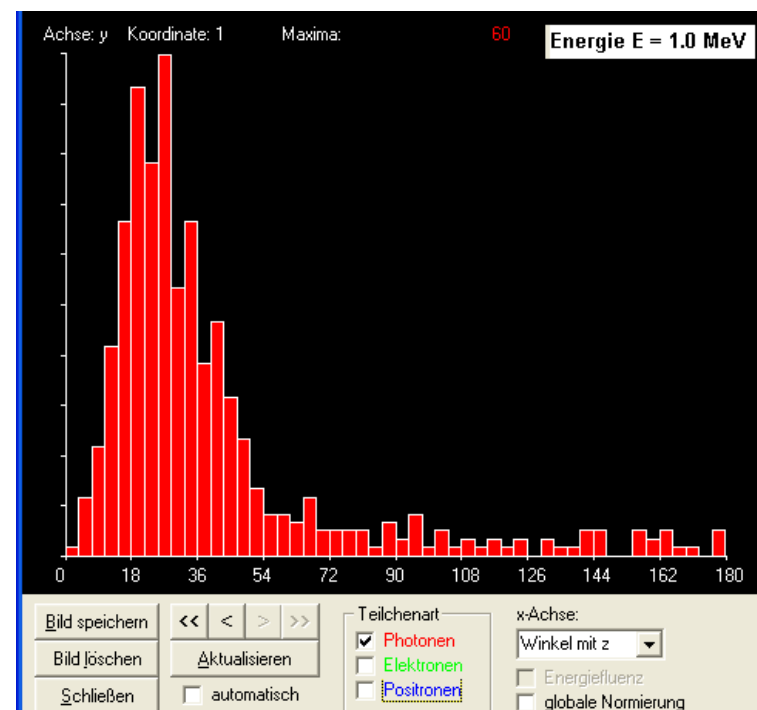
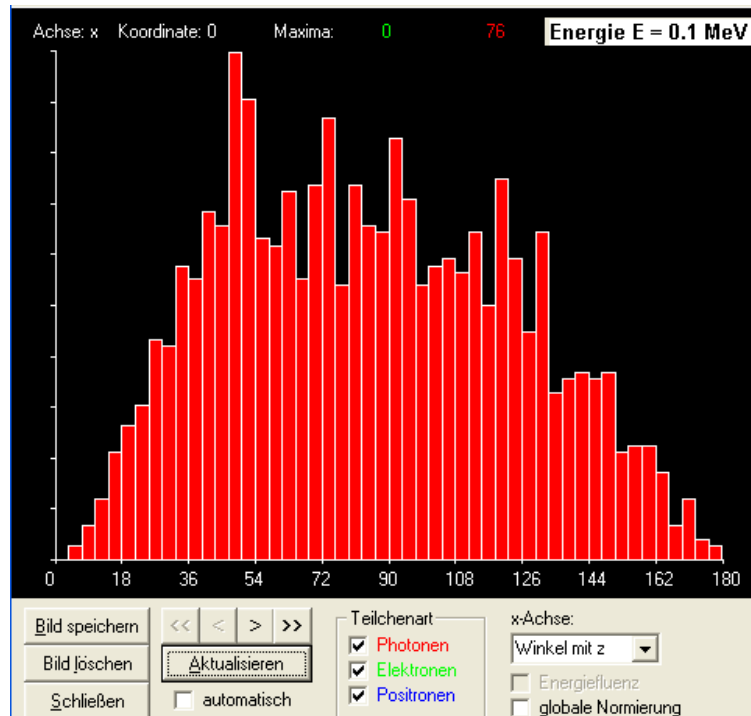




## Winkelverteilung der Bremsstrahlungsphotonen



## Winkelverteilung der Bremsstrahlungsphotonen



## Totales Bremsvermögen für Elektronen

$$S_{\text{tot}} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{\text{tot}} = S_{\text{col}} + S_{\text{rad}}$$

wobei

$$\frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} \approx \frac{Z \cdot E}{1400} \quad (\text{für } E < 150 \text{ keV})$$

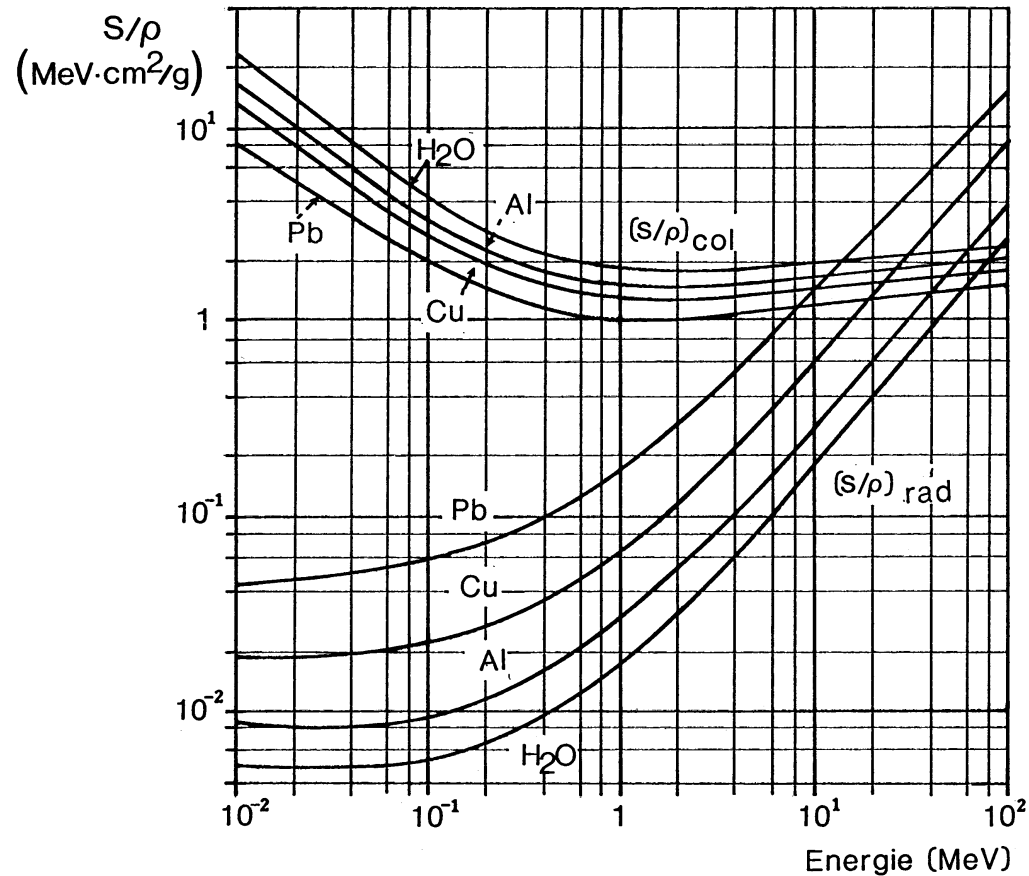
$$\frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} \approx \frac{Z \cdot E}{800} \quad (\text{für } E > 500 \text{ keV})$$

E: Energie in MeV



## Totales Massenbremsvermögen

$$\left(\frac{S}{\rho}\right)_{\text{tot}} = \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\text{col}} + \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\text{rad}}$$



## Zusammenfassung

Die Wechselwirkung geladener Teilchen unterscheidet sich von der Photonenwechselwirkung vor allem dadurch, dass geladene Teilchen bei den Wechselwirkungen Energie in der Regel in vielen Einzelschritten verlieren. Sie werden dabei gebremst, die Anzahl der Teilchen wird dadurch aber anders als bei Photonenstrahlung durch Wechselwirkungen nicht verringert.

Energieverluste von Elektronen beim Durchgang durch Materie finden überwiegend durch Vielfachwechselwirkungen mit den Elektronen in den Atomhüllen und durch Bremsstrahlungserzeugung im elektrischen Feld der Atomkerne des Absorbermaterials statt.

Zur Beschreibung der Energieverluste wird das Massentossbremsvermögen und das Massenstrahlungsbremsvermögen verwendet.



## Zusammenfassung

Unter Bremsvermögen versteht man die Quotienten aus Energieverlust des einlaufenden Elektrons durch alle Wechselwirkungsarten und der vom Elektron dabei zurückgelegten Wegstrecke im Absorber.

Dass Massenbremsvermögen ist der Quotient aus Bremsvermögen und Absorberdichte.

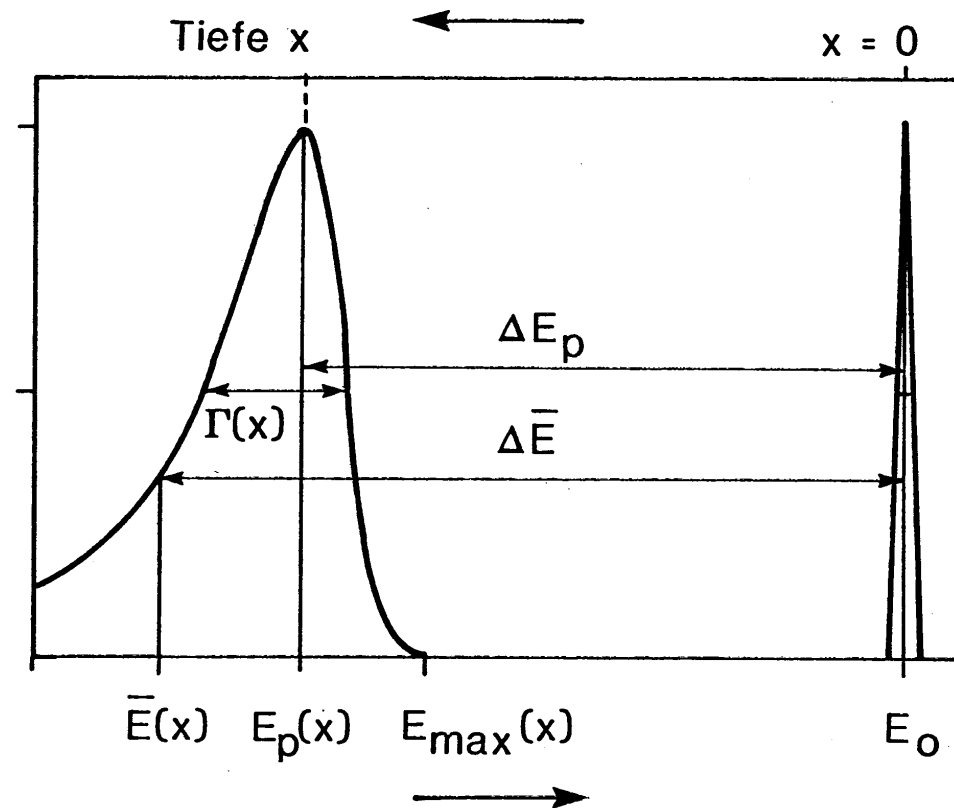
Dass Stossbremsvermögen ist kaum von der Ordnungszahl und oberhalb einiger 100 keV Elektronenenergie nur wenig von der Elektronenenergie abhängig.



## 2. Energiespektren von Elektronen in Materie

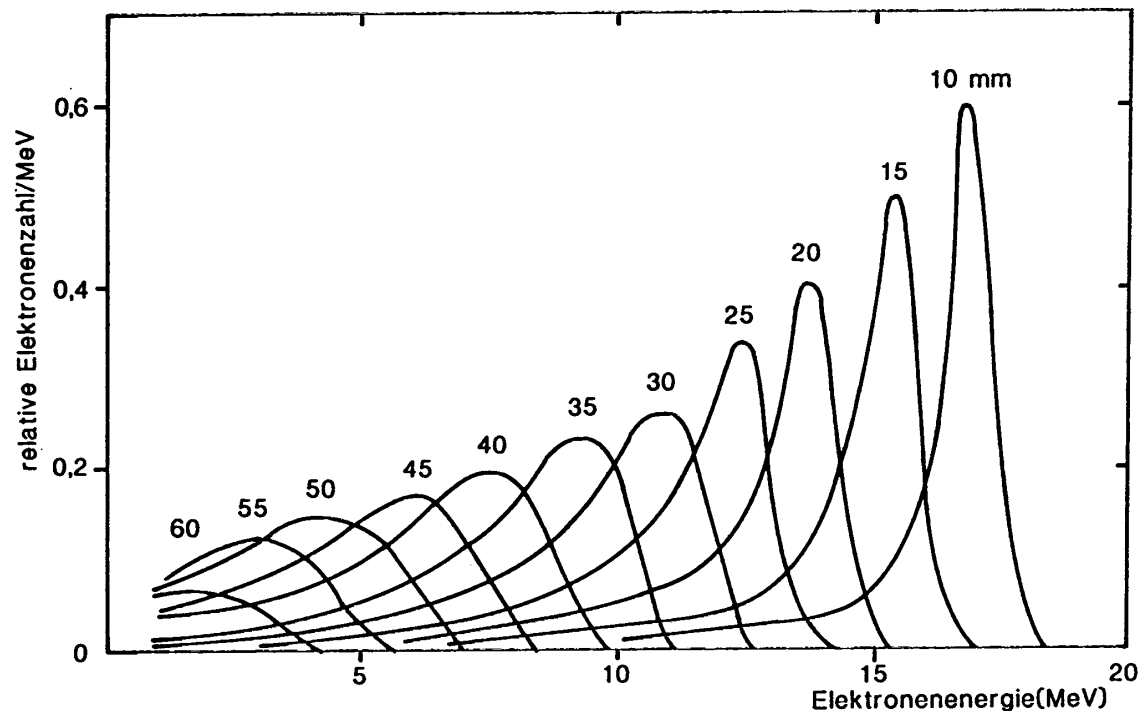


## Charakteristische Grössen der Energiespektren von Elektronen

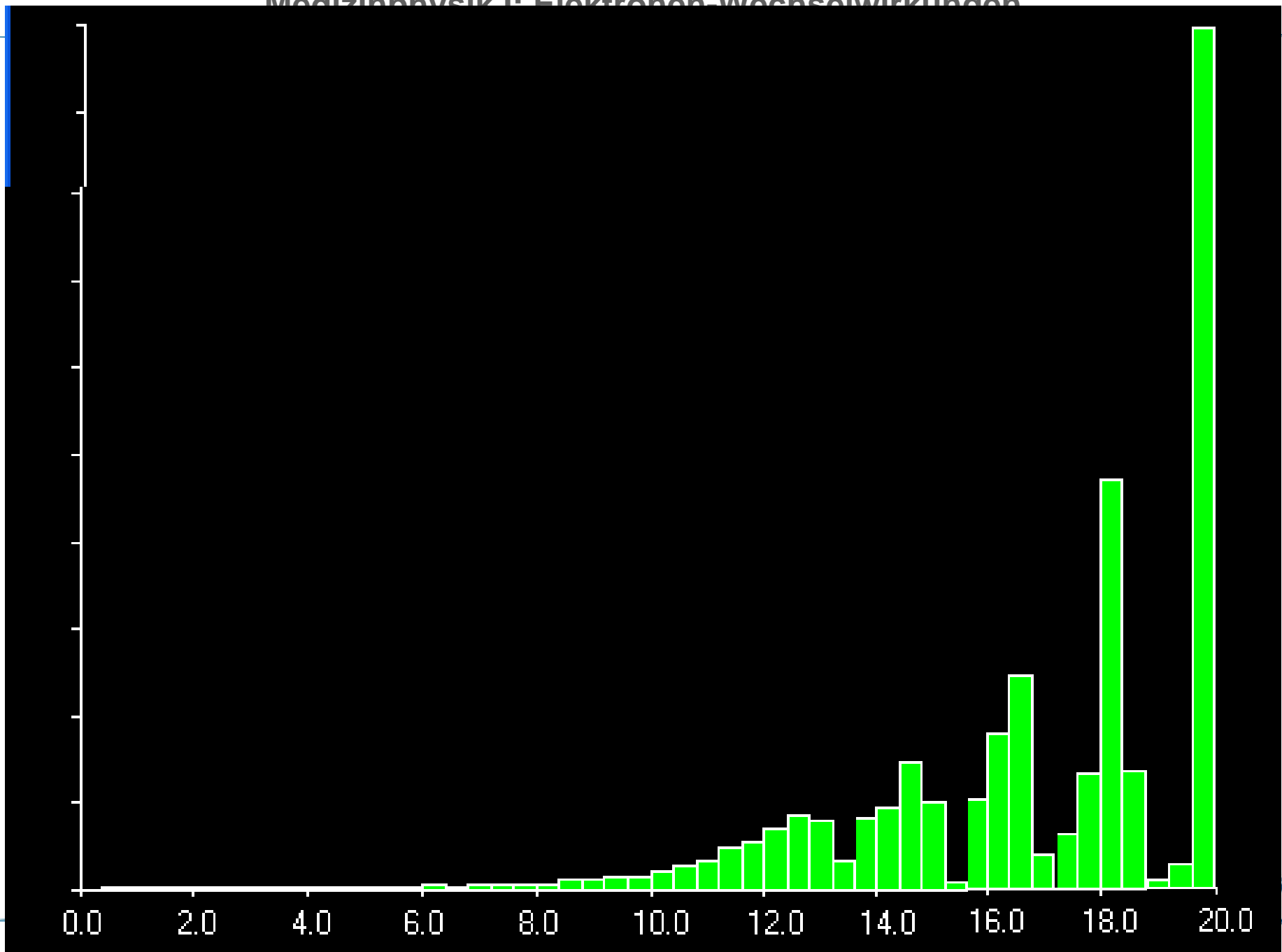




## Energiespektren eines planparallelen 20 MeV-Elektronenstrahls als Funktion der Dicke x des Absorbers (Kohlenstoff)

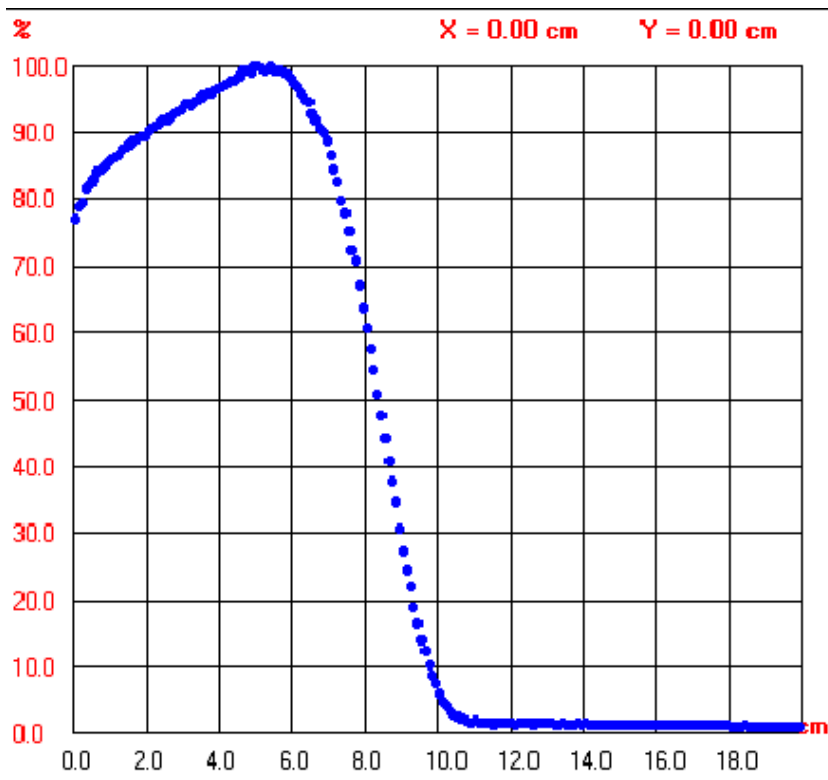


Näherungsweise gilt :  $\bar{E}(x) \approx E_p(x) = E_{p,0} \cdot \left(1 - \frac{x}{R_p}\right)$

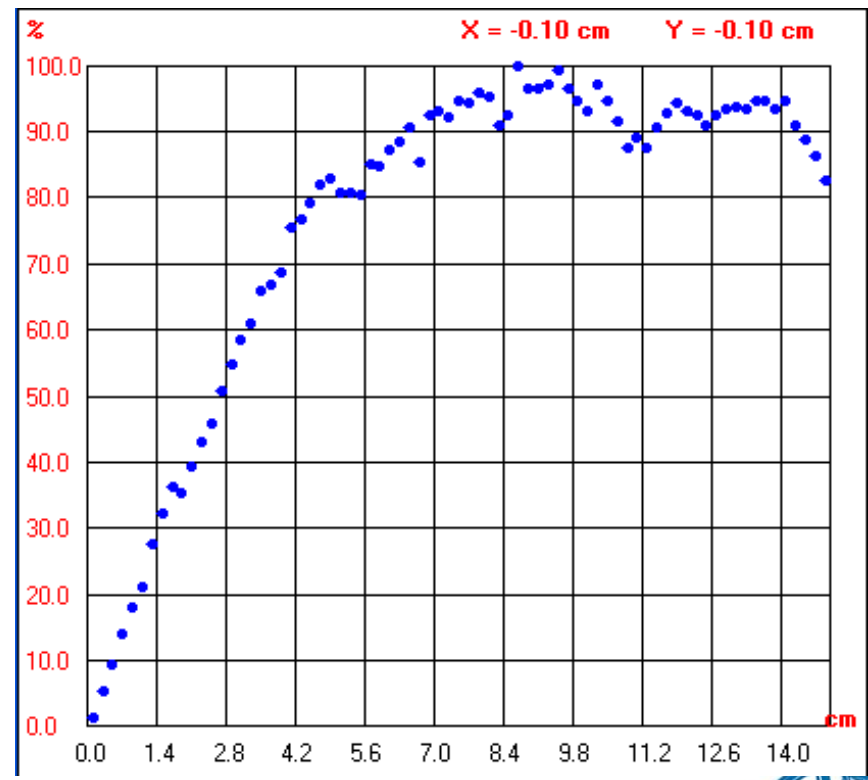


## Tiefenwirkung – Tiefendosis

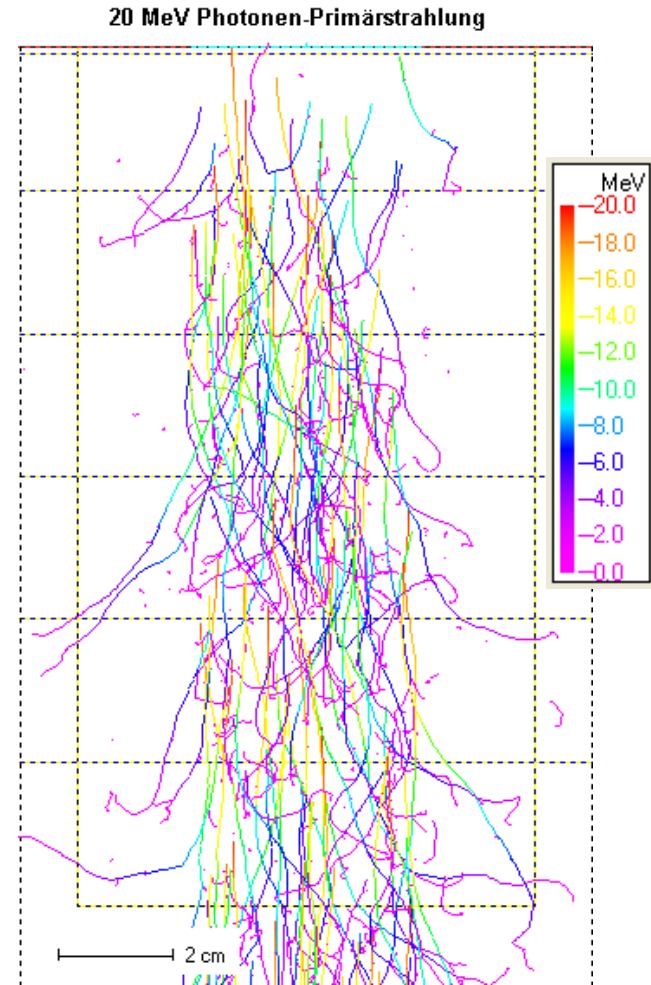
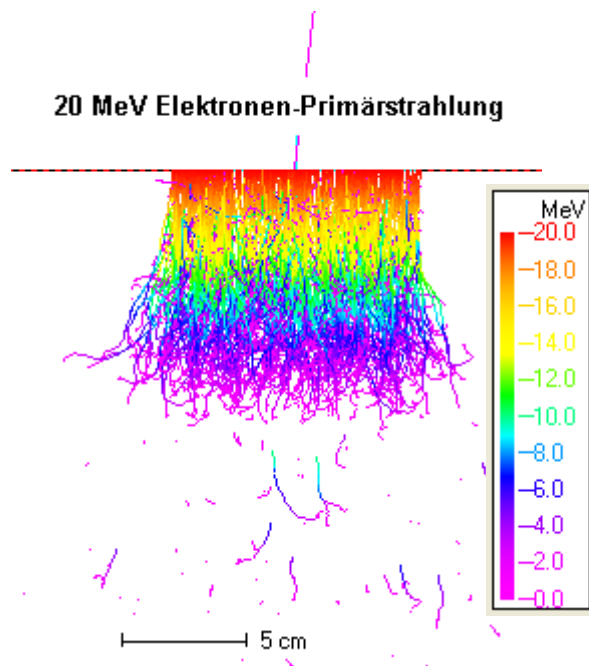
20 MeV Elektronen



20 MeV Photonen



## Energie der Sekundärelektronen



## Elektronenspektren in verschiedenen Gewebetiefen

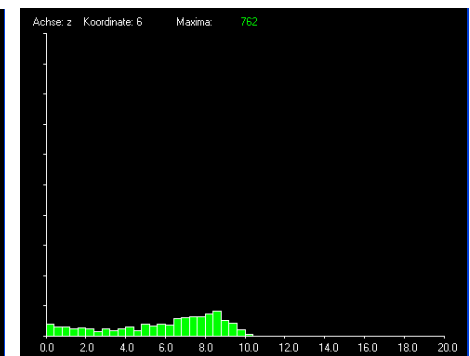
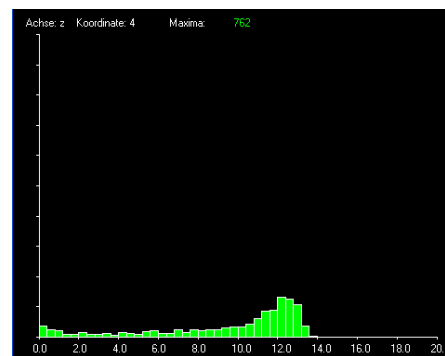
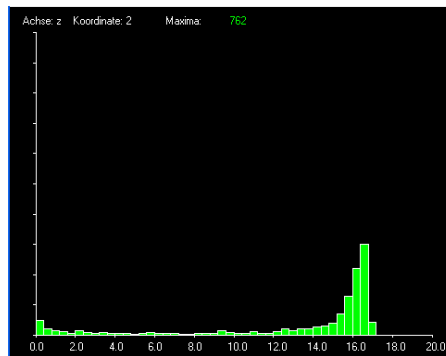
### 20 MeV Elektronen-Primärstrahlung

0.1cm

2 cm

4 cm

6 cm



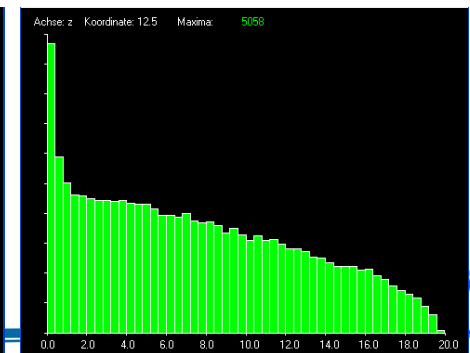
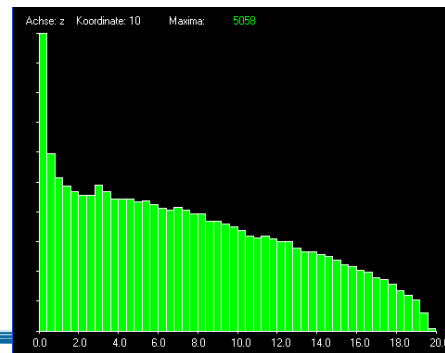
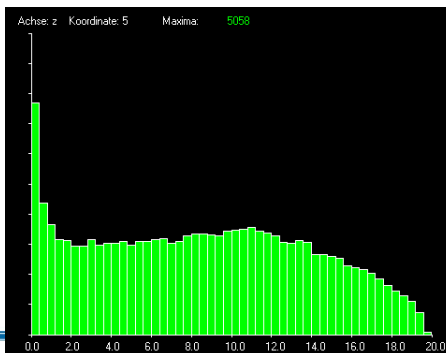
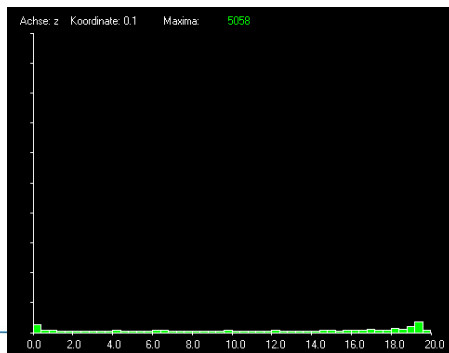
### 20 MeV Photonen-Primärstrahlung

0.1cm

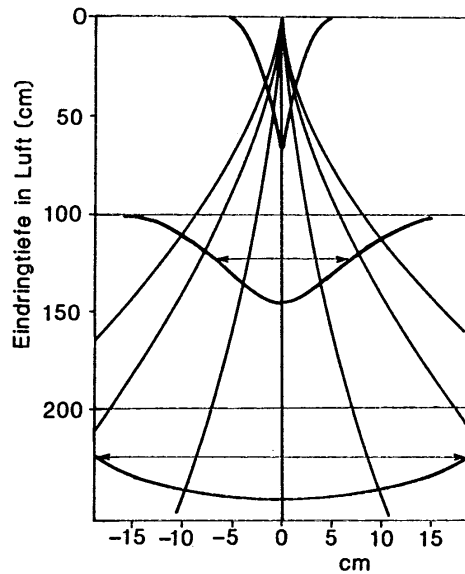
5 cm

10 cm

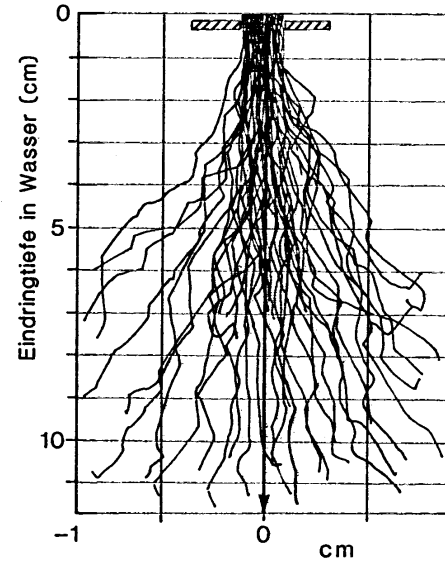
12.5 cm



## Elektronenstreuung



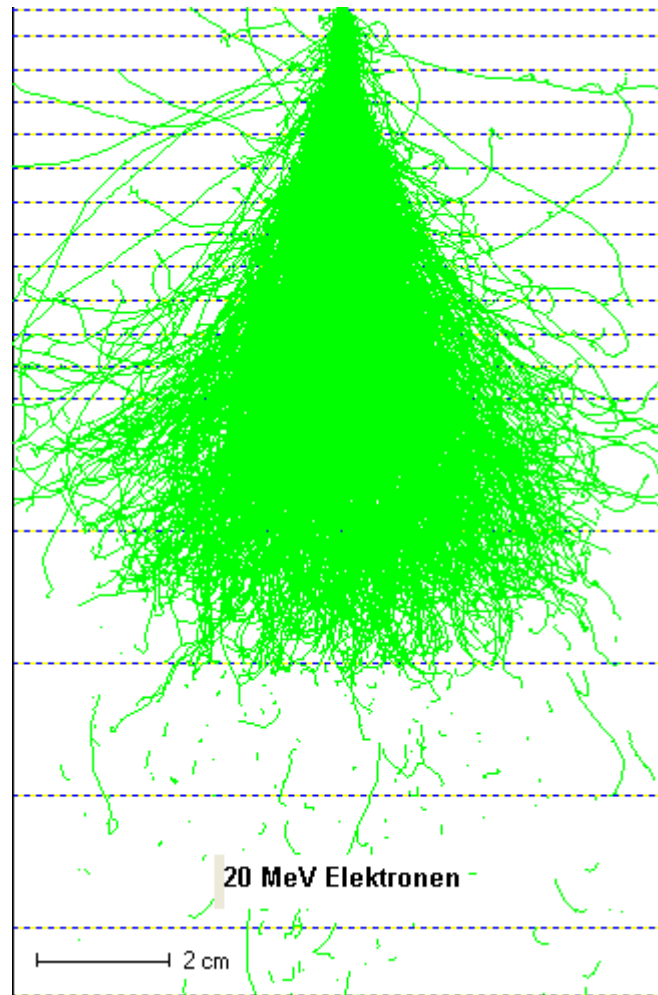
(a)



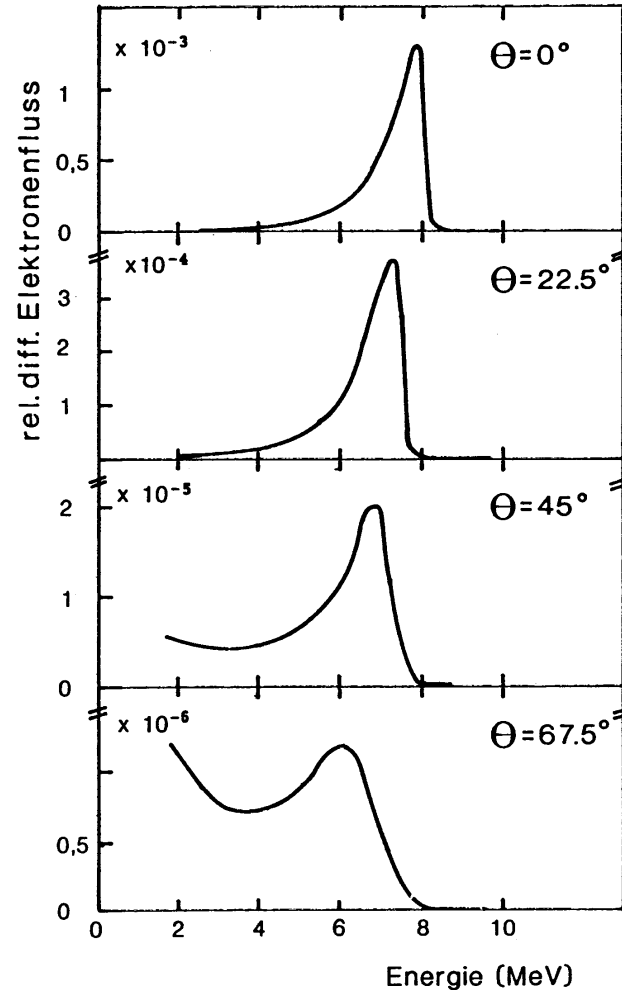
(b)

: (a): Seitliche Teilchenfluenz eines Elektronenstrahlenbündels in Luft (mit eingezeichneten Trajektorien, schematisch). (b): Bahnsuren von 11-MeV-Elektronen in Wasser (gezeichnet nach Nebelkammeraufnahme in flüssigem Propan, korrigiert auf die Reichweite in Wasser).

## Elektronenstreuung



## Energiespektren von 10 MeV-Elektronen hinter 1cm Kohlenstoff als Funktion des Winkels $\Theta$





## Rückstreuung und Transmission

$$\eta_b + \eta_a + \eta_t = 1$$

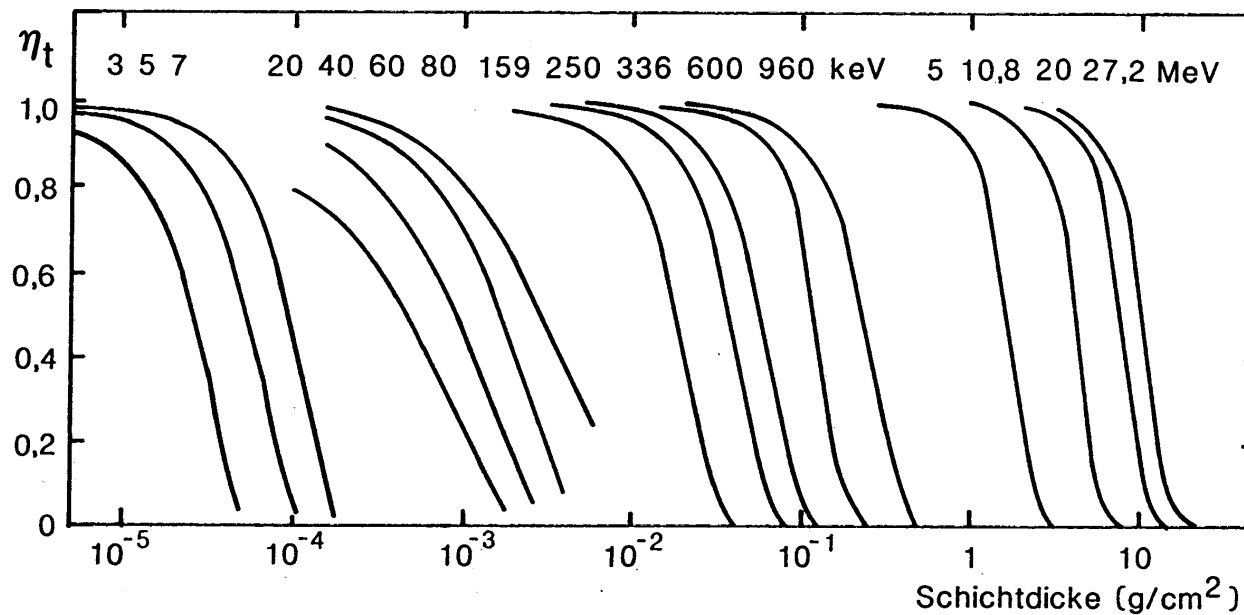
$\eta_b$  : Rückstreukoeffizient

$\eta_a$  : Absorptionskoeffizient

$\eta_t$  : Transmissionskoeffizient

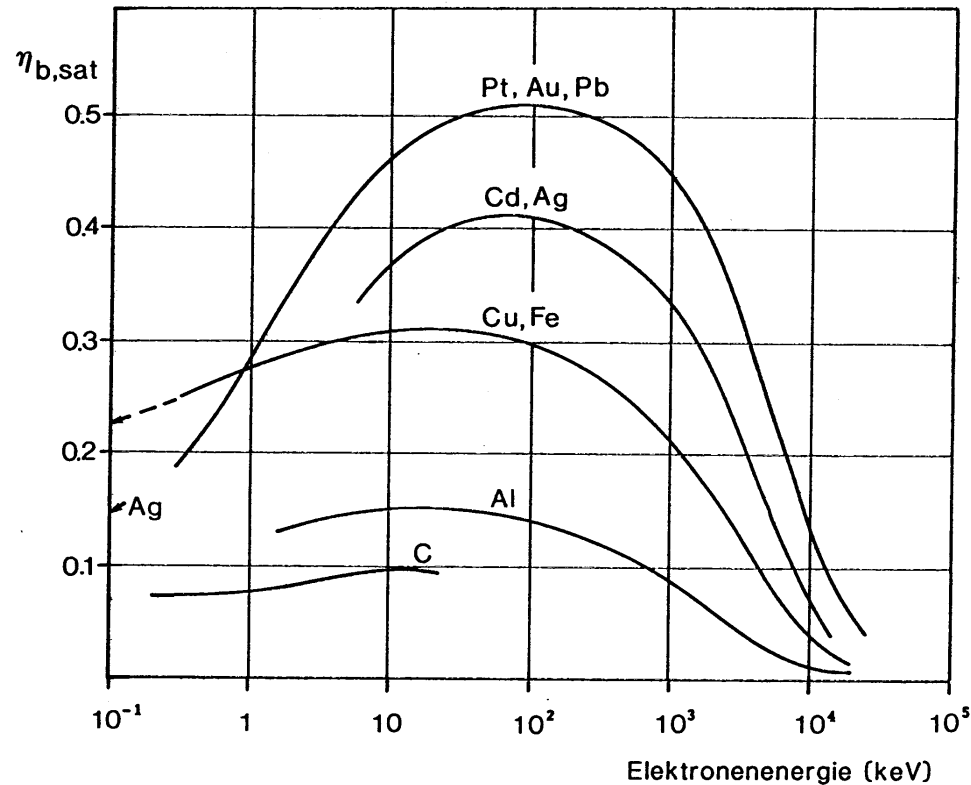


## Transmissionskurven von Elektronen in Aluminium



## Sättigungswert des Rückstreuungskoeffizienten

$$\eta_{b,sat} \approx 2.2 \cdot \left( Z \cdot \frac{m_0 \cdot c^2}{E_0} \right)^{1.3}$$



## Zusammenfassung

Jede Wechselwirkung von Elektronen mit Materie ist mit einer Streuung der Elektronen verbunden, verändert also deren Bewegungsrichtung und die seitliche Ausdehnung des Strahlenbündels.

Die Streuung ist um so stärker, je niedriger die Energie der Elektronen und je höher Dichte und Ordnungszahl des durchstrahlten Mediums sind.

Dies wird durch den mittleren quadratischen Streuwinkel beschrieben. Er erreicht bei genügender Eindringtiefe einen Sättigungswert. Das Erreichen der Streu-Sättigung wird als vollständige Diffusion bezeichnet.



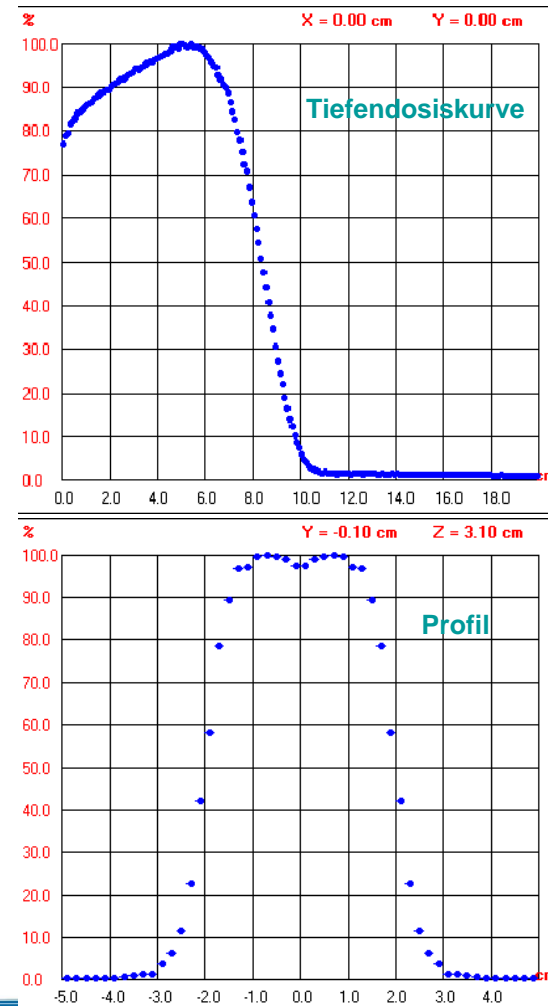
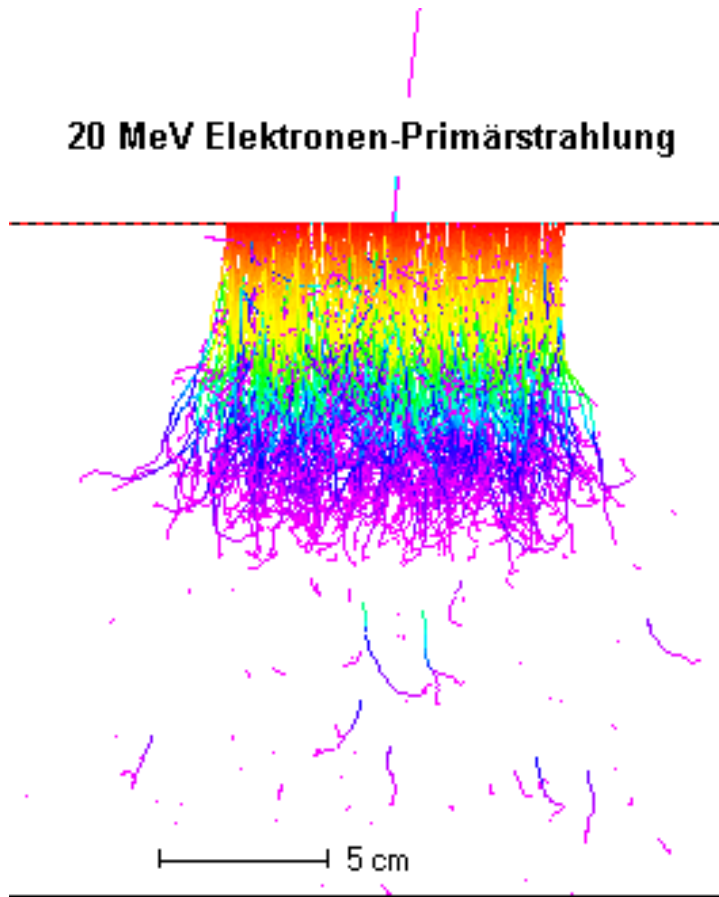
## 3. Monoenergetische Elektronen



## Tiefenwirkung – Tiefendosis

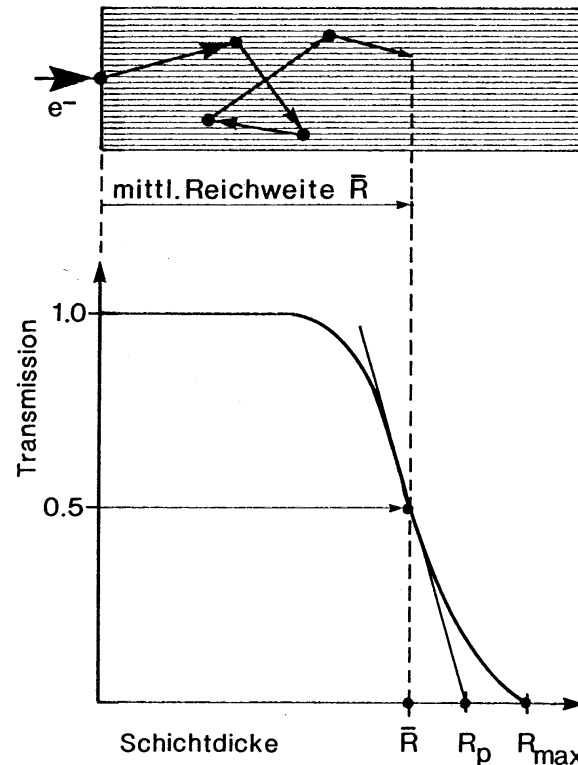
### 20 MeV Elektronen

20 MeV Elektronen-Primärstrahlung



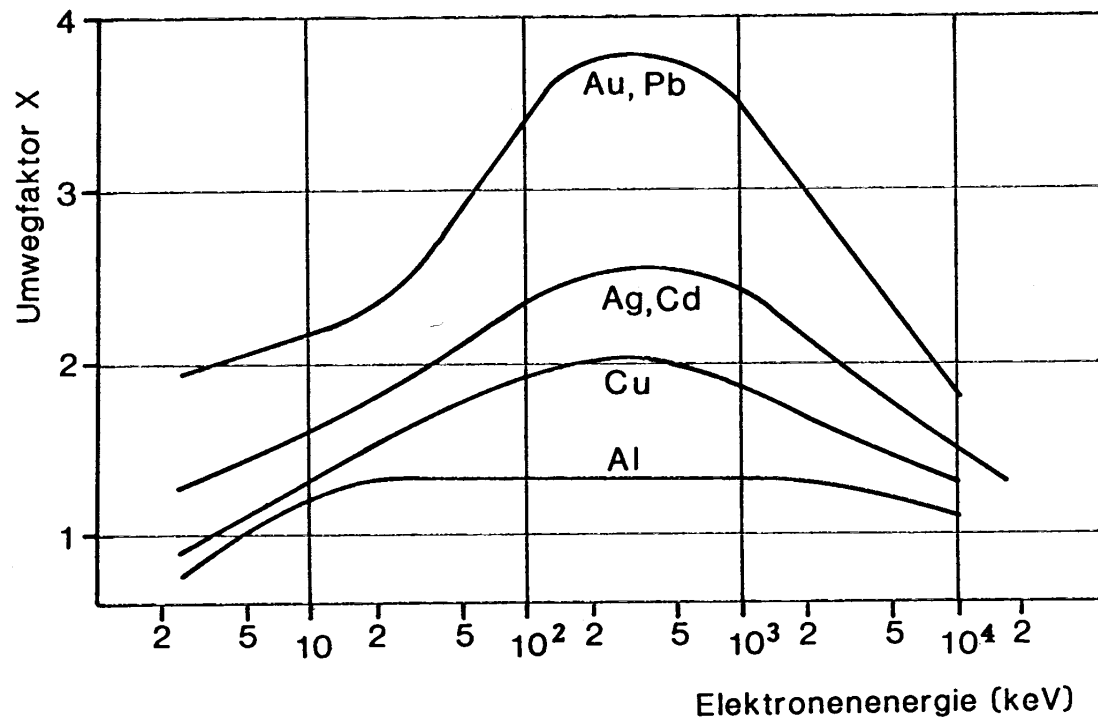
## Bahnlänge L und Reichweite R von monoenergetischen Elektronen

$$L = \int_{x=0}^R dx = \int_{dE=0}^{E_0} (dE / dx)_{\text{tot}}^{-1} dE = \int_{dE=0}^{E_0} \frac{1}{S_{\text{tot}}} dE$$



## Umwegfaktor X

$$X = \frac{L}{R_p}$$





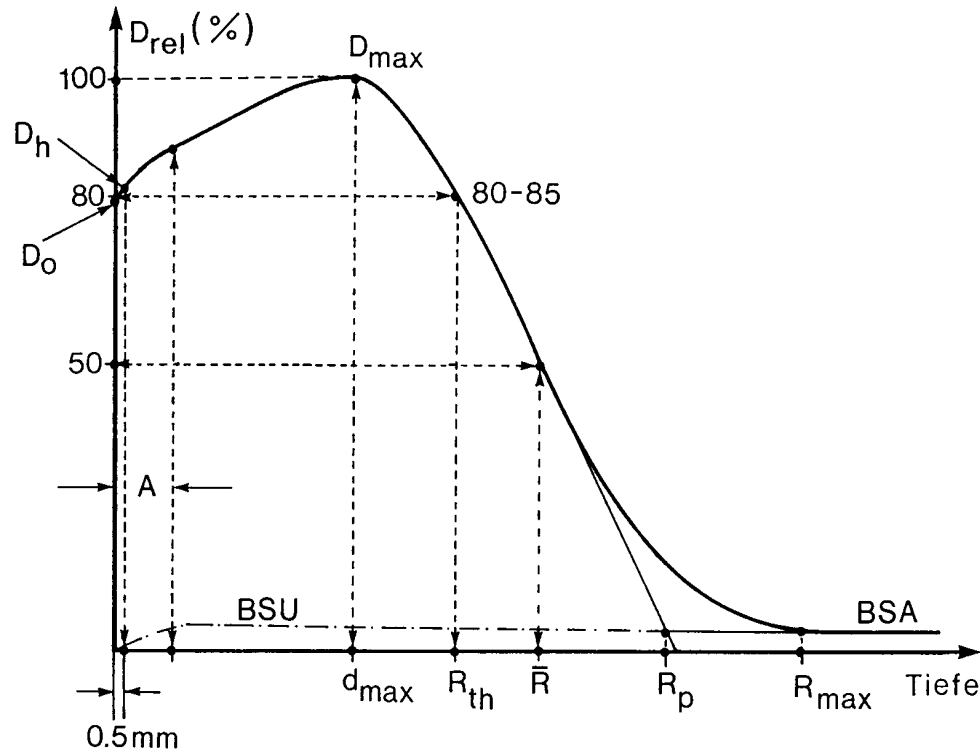
## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)

### Mittlere Reichweite

Die mittlere Reichweite  $R_{\text{mittel}}$  ist diejenige Tiefe im Phantom, bei der die Dosis auf 50% des Dosismaximums abgefallen ist.



## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)



Größen zur Beschreibung von Elektronentiefendosiskurven:  $\bar{R}$ : mittlere,  $R_p$ : praktische,  $R_{max}$ : maximale,  $R_{th}$ : therapeutische Reichweite,  $d_{max}$ : Dosismaximumstiefe,  $D_0$ : Oberflächendosis,  $D_h$ : Hautdosis (Dosis in 0,5 mm Tiefe),  $A$ : Aufbauzone,  $BSU$ : Bremsstrahlungsuntergrund (Anteil der durch Bremsstrahlungsphotonen verursachten Energiedosis im Bereich des Dosismaximums),  $BSA$ : Bremsstrahlungsausläufer (definiert als Anteil der Bremsstrahlung bei der praktischen Reichweite).

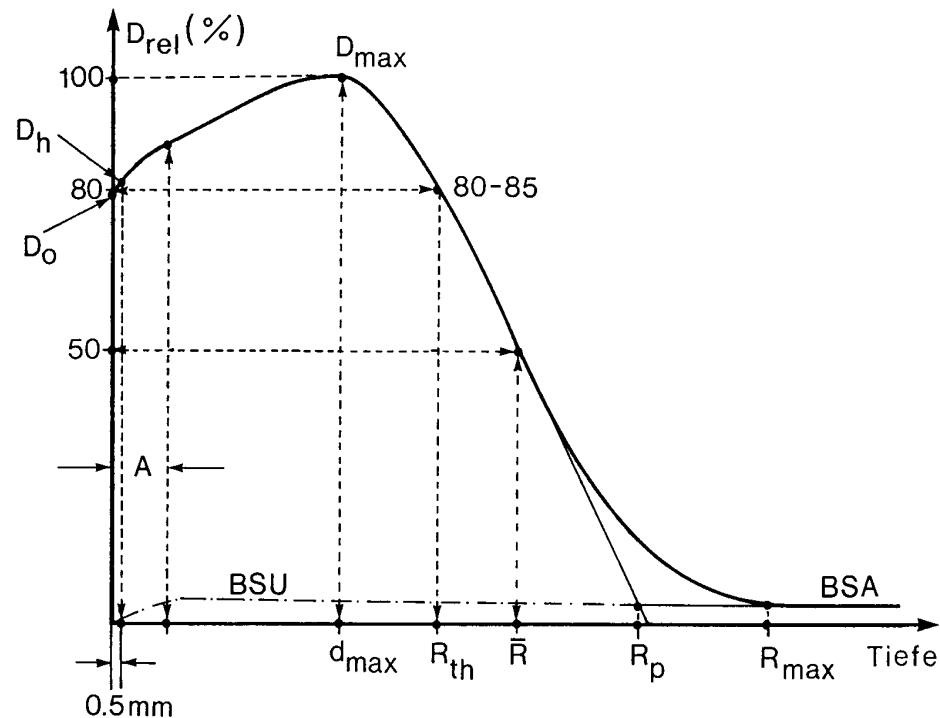
## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)

### Praktische Reichweite

Die praktische Reichweite  $R_p$  wird anhand der Tiefendosiskurve als Projektion des Schnittpunktes der Wendetangente an die Tiefendosiskurve mit dem Bremsstrahlungsausläufer (BSA) auf die Tiefenachse definiert.



## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)



Größen zur Beschreibung von Elektronentiefendosiskurven:  $\bar{R}$ : mittlere,  $R_p$ : praktische,  $R_{max}$ : maximale,  $R_{th}$ : therapeutische Reichweite,  $d_{max}$ : Dosismaximumstiefe,  $D_o$ : Oberflächendosis,  $D_h$ : Hautdosis (Dosis in 0,5 mm Tiefe),  $A$ : Aufbauzone,  $BSU$ : Bremsstrahlungsuntergrund (Anteil der durch Bremsstrahlungsphotonen verursachten Energiedosis im Bereich des Dosismaximums),  $BSA$ : Bremsstrahlungsausläufer (definiert als Anteil der Bremsstrahlung bei der praktischen Reichweite).

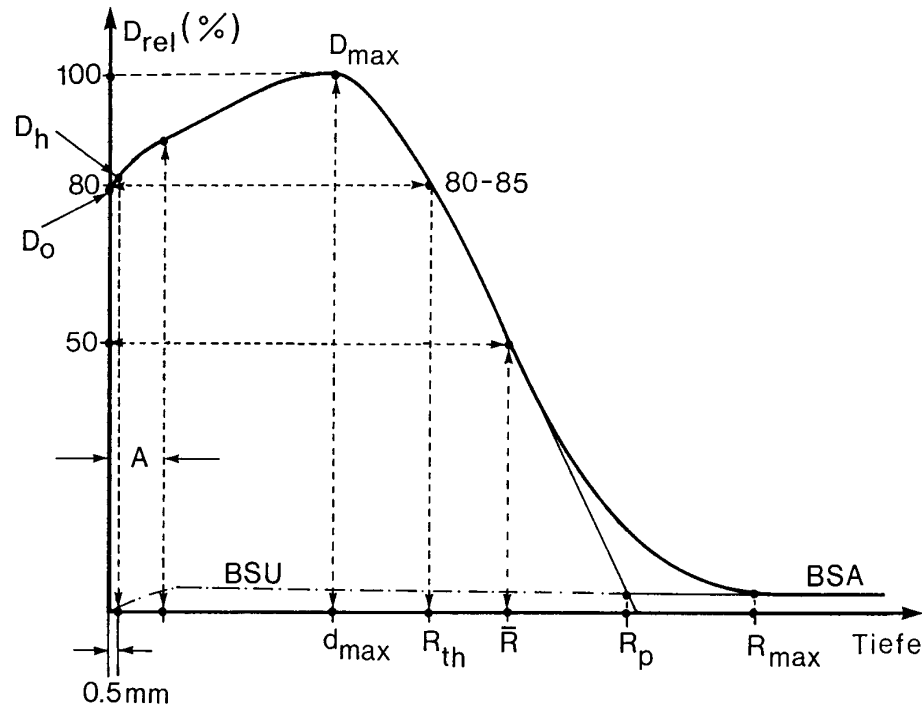
## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)

### Maximale Reichweite

Die maximale Reichweite  $R_{\max}$  entspricht der Einmündungstiefe der Tiefendosiskurve in den Bremsstrahlungsausläufer (BSA).



## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)



Größen zur Beschreibung von Elektronentiefendosiskurven:  $\bar{R}$ : mittlere,  $R_p$ : praktische,  $R_{max}$ : maximale,  $R_{th}$ : therapeutische Reichweite,  $d_{max}$ : Dosismaximumstiefe,  $D_0$ : Oberflächendosis,  $D_H$ : Hautdosis (Dosis in 0.5 mm Tiefe), A: Aufbauzone, BSU: Bremsstrahlungsuntergrund (Anteil der durch Bremsstrahlungsphotonen verursachten Energiedosis im Bereich des Dosismaximums), BSA: Bremsstrahlungsausläufer (definiert als Anteil der Bremsstrahlung bei der praktischen Reichweite).

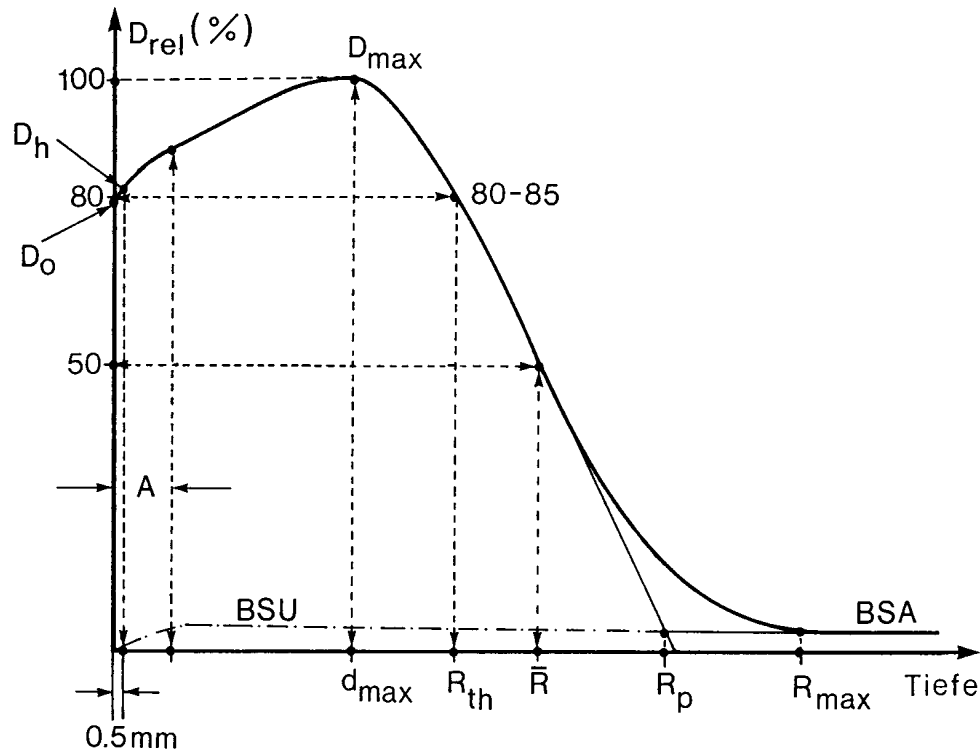
## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)

### Therapeutische Reichweite

Die therapeutische Reichweite  $R_{th}$  ist diejenige Tiefe im Phantom, bei der die Dosis auf 80 – 85 % des Dosismaximums abgefallen ist.



## Charakteristische Grössen zur Beschreibung von Elektronen-(TDK)



Größen zur Beschreibung von Elektronentiefendosiskurven:  $\bar{R}$ : mittlere,  $R_p$ : praktische,  $R_{max}$ : maximale,  $R_{th}$ : therapeutische Reichweite,  $d_{max}$ : Dosismaximumstiefe,  $D_0$ : Oberflächendosis,  $D_H$ : Hautdosis (Dosis in 0.5 mm Tiefe), A: Aufbauzone, BSU: Bremsstrahlungsuntergrund (Anteil der durch Bremsstrahlungsphotonen verursachten Energiedosis im Bereich des Dosismaximums), BSA: Bremsstrahlungsausläufer (definiert als Anteil der Bremsstrahlung bei der praktischen Reichweite).



## Zusammenfassung

Wegen ihrer kleinen Masse laufen Elektronen beim Durchgang durch Materie auf Zick-Zack-Bahnen mit teilweiser Richtungs-umkehr.

Die Projektionen dieser Bahnen auf die Strahlachse werden als Reichweiten bezeichnet.

Je schwerer der Absorber ist, um so grösser ist das Verhältnis zwischen Bahnlänge und Reichweite (Umwegfaktor).

Die Reichweiten sind umgekehrt proportional zur Dichte des Absorbers und etwa proportional zur Elektronenenergie.



## 4. $\beta$ -Strahlungen



## Energiespektrum

$$\bar{E}_\beta = \frac{\int_0^{E_{\max}} E \cdot N(E) \cdot dE}{\int_0^{E_{\max}} N(E) \cdot dE}$$

wobei

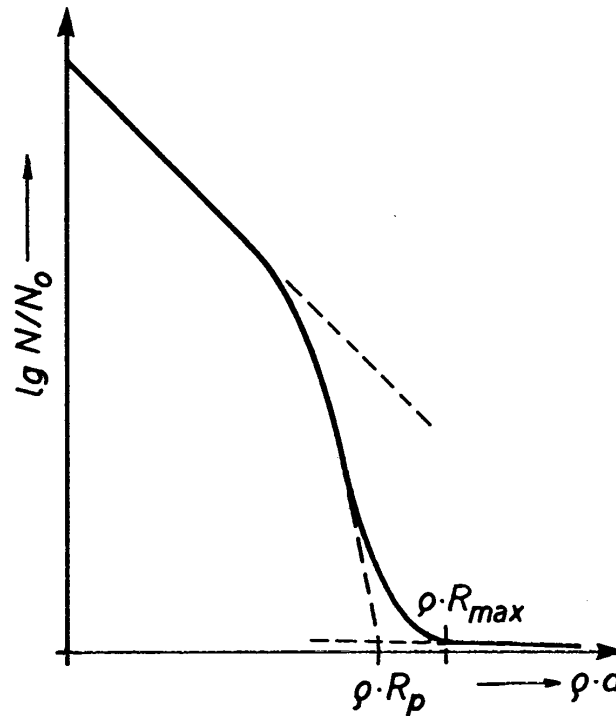
$$\bar{E}_\beta \approx \frac{1}{3} \cdot E_{\beta, \max}$$



## Radioaktive Quellen

Radioelement	Halbwertszeit	Energie der ausgesendeten Strahlung	
		$\beta^+$	$\gamma$
H-3	12,26 Jahre	$\beta^-$ : 18.6 keV	
C-14	5730 Jahre	$\beta^-$ : 156 keV	
P-32	14.3 Tage	$\beta^-$ : 1.71 MeV	
K-40	$1.27 \cdot 10^9$ Jahre	$\beta^-$ : 1.3 MeV	1.46 MeV
Cr-51	27.7 Tage		0.32 MeV
Co-60	5.26 Jahre	$\beta^-$ : 0.31 MeV	1.17 MeV
		1.49 MeV	1.33 MeV
Se-75	121 Tage		136 keV
			265 keV
			280 keV
Sr-90	28.1 Jahre	$\beta^-$ : 0.55 MeV	
Y-90	64 Tage	$\beta^-$ : 2.27 MeV	
Mo-99	66.7 Std.	$\beta^-$ : 0.46 MeV	40 keV
		1.23 MeV	140 keV
Tc-99m	6.03 Std.		180 keV
I-123	13.0 Std.		140 keV
I-125	60 Tage		159 keV
I-131	8.06 Tage		35.4 keV
Xe-133	5.31 Tage	$\beta^-$ : 0.61 MeV	365 keV
Cs-137	30.0 Jahre	$\beta^-$ : 0.35 MeV	81 keV
Ir-192	74.2 Tage	$\beta^-$ : 0.51 MeV	0.662 MeV
		$\beta^-$ : 0.67 MeV	0.296 MeV
		$\beta^-$ :	0.308 MeV
			0.317 MeV
			0.468 MeV
Au-198	2.69 Tage	$\beta^-$ : 0.96 MeV	0.412 MeV
Ra-226	1600 Jahre	$\alpha$ : 4.78 MeV + Tochterprodukte	
Am-241	458 Jahre	$\alpha$ : 5.64 MeV	60 keV
Cf-252	2.65 Jahre	$\alpha$ : 6.17 MeV + Spaltneutronen	

## Transmission von Betastrahlen



Schematische Darstellung der Transmission

## Mittlere Reichweite $R$ von $\beta$ -Strahlung in Luft und Weichteilgewebe

mittl. $\beta$ -Energie (MeV)	$\bar{R}$ in Luft (m)	$\bar{R}$ in Gewebe (mm)
0.1	0.13	0.14
0.2	0.4	0.43
0.5	1.7	1.7
1.0	4.1	4.3
3.0	14.0	15.0

**Tab. 5.1:** Mittlere Reichweiten von  $\beta$ -Strahlung in Luft und Weichteilgewebe, nach [ICRP 38].

## Zusammenfassung

Wegen der kontinuierlichen Energieverteilungen von Betastrahlung haben die einzelnen Betateilchen unterschiedliche Reichweiten in Materie

Man kann die Reichweite von Betastrahlung aus der mittleren Betaenergie berechnen, die etwa einem Drittel der maximalen Betaenergie entspricht.

Reichweiten von Betastrahlung in menschlichem Gewebe oder Wasser liegen in der Grössenordnung von Millimetern.

Transmissionskurven von Betastrahlung zeigen zunächst wie Photonenstrahlung einen exponentiellen Abfall mit der Tiefe im Absorber, fallen dann aber gegen Ende der Teilchenbahn steil ab.





# Elektronen-Wechselwirkungen