

# Wechselwirkung geladener Teilchen mit Materie

---

## 1. Einführung

Geladene Teilchen sind von einem Coulombfeld umgeben und wechselwirken deshalb über die elektromagnetische Wechselwirkung mit einem Elektron oder mit dem Atomkern. Ferner spielt für einfallende Protonen und Alphateilchen auch die starke Wechselwirkung eine Rolle, sofern deren Energie genügend gross ( $> 100 \text{ MeV}$ ) ist. Diese sogenannten **Kernprozesse** sind aber viel seltener<sup>1</sup> als die elektromagnetischen Wechselwirkungen, weshalb wir sie in der Strahlentherapie meist vernachlässigen können<sup>2</sup>. Neben den **Coulomb-Wechselwirkungen** und den **Kernprozessen** gibt es mit der **Annihilation** noch eine weitere Wechselwirkungsart geladener Teilchen mit Materie, welche für die Medizinphysik von grosser Bedeutung ist.

Im Gegensatz zu den Photonen<sup>3</sup> interagieren die geladenen Teilchen praktisch mit jedem Atom. Der Wirkungsquerschnitt ist für geladene Teilchen um ein Vielfaches grösser als für Photonen. Bei diesen Wechselwirkungen wird stets Energie ans absorbierende Medium übertragen. Der Energieübertrag pro Wechselwirkung ist im Gegensatz zu Photonenwechselwirkungen sehr klein. Das einfallende Teilchen wird dabei immer mehr abgebremst bis es eine Geschwindigkeit erreicht, welche derjenigen der Absorberatome entspricht, so dass thermisches Gleichgewicht erreicht wird. Man spricht bei diesem Prozess von einer kontinuierlichen Verlangsamung (continuous slowing down approximation, **CSDA**). Typischerweise sind  $10^5$  Wechselwirkungen nötig, bis ein  $1 \text{ MeV}$  Elektron seine kinetische Energie verloren hat.

Die Energieübertragung an die Atome des Absorbermaterials führt dazu, dass die Atome **ionisiert** oder **angeregt** werden.

---

<sup>1</sup> Das Verhältnis der entsprechenden Wirkungsquerschnitte ist etwa  $10^{-6}$ .

<sup>2</sup> Für die Bestrahlung von Tumoren mit Hilfe von hochenergetischen Protonen (wie sie beispielsweise am PSI seit Jahren erfolgreich durchgeführt wird) sind diese Wechselwirkungen natürlich von Bedeutung.

<sup>3</sup> Welche nur ganz wenige, dafür aber grosse Wechselwirkungen machen. Das Photon bewegt sich nämlich über eine mehr oder weniger grosse Strecke ohne geringste Wechselwirkung und somit ohne Energieverlust. Nur an wenigen Stellen finden bei Photonen Wechselwirkungen statt, bei welchen jedoch ein beträchtlicher Teil der Energie des Photons an die Materie (Elektronen) abgegeben wird.

## 2. Coulomb-Wechselwirkungen

Aus der klassischen Mechanik<sup>1</sup> kennt man den Stossparameter  $b$ , welcher bei der Beschreibung von Stössen herangezogen wird. Wir gehen von einem einfachen Atommodell aus, bei welchem  $a$  den Radius des Atoms bezeichnet (Fig. 1).

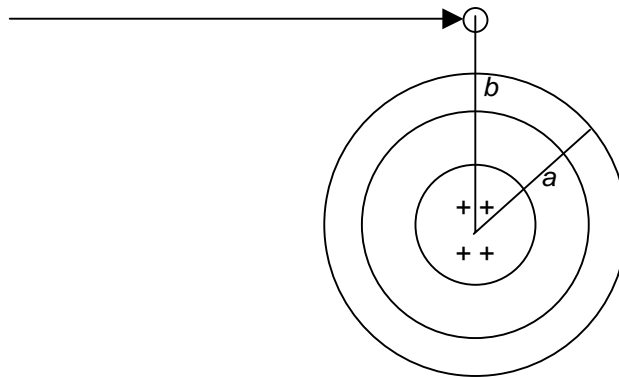


Fig. 1

Je nach Relation zwischen dem Stossparameter  $b$  und dem Radius  $a$  unterscheidet man drei Typen von **Coulomb-Wechselwirkungen**:

- Weiche Stösse ( $b \gg a$ )
- Harte Stösse ( $b \approx a$ )
- Wechselwirkungen mit dem Kernfeld ( $b \ll a$ )

Im folgenden gehen wir auf die einzelnen Wechselwirkungen etwas näher ein. Manchmal werden wir zwischen **leichten geladenen Teilchen** (Elektronen  $e^-$  und Positronen  $e^+$ ) und **schweren geladenen Teilchen** (Protonen  $p^+$ , Alpha-Teilchen  $\alpha$ , Deuteronen  $d$ , Nukleonen, Pionen  $\pi$ , etc.) zu unterscheiden haben.

---

<sup>1</sup> Vgl. zum Beispiel Tipler, „Physik“

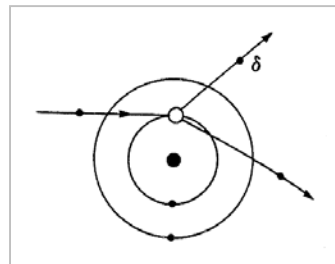
## Weiche Stösse ( $b \gg a$ )

In diesem Fall spürt das einfallende, geladene Teilchen das Coulombfeld des gesamten Atoms. Die Energieübertragung durch diese weichen Stösse liegt im eV-Bereich. Weiche Stösse sind sehr häufig, so dass ein grosser Teil (ca. 50%) der Energieübertragung an das absorbierende Medium durch diese weichen Stösse erfolgt.

Neben der Energieübertragung findet auch eine Verzerrung der Elektronenhülle des Atoms statt. Man spricht von sogenannten **Polarisationseffekten**. Diese sind für die Strahlentherapie vor allem im Zusammenhang mit der Dosimetrie (also dem Ausmessen von Dosis und Dosisverteilungen) wichtig.

## Harte Stösse ( $b \approx a$ )

Ist der Stossparameter  $b$  etwa gleich gross wie der Atomradius  $a$ , so findet die Wechselwirkung zwischen dem einfallenden, geladenen Teilchen und einem einzelnen Elektron statt. Letzteres wird aus dem Atom herausgestossen. Man spricht von sogenannten  **$\delta$ -Elektronen**. Diese sekundären Elektronen können einen wesentlichen Teil der kinetischen Energie der



Primärteilchen übernehmen. Wird ein inneres Elektron gestossen, so werden **charakteristische Strahlung** (also Photonen) und **Auger-Elektronen** auftreten. Wichtig ist die Bemerkung, dass durch diese sekundären Teilchen ein Teil der Energie vom Wechselwirkungsort weggetragen wird. Obwohl die harten Stösse sehr viel seltener sind als die weichen, werden durch beide Prozesse total etwa gleich viel Energie an die Materie übertragen.

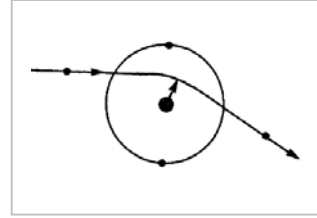
## Coulombwechselwirkungen mit dem Kernfeld ( $b \ll a$ )

Ist der Stossparameter wesentlich kleiner als der Atomradius, so erfolgt eine Wechselwirkung mit dem Kernfeld. Diese Art der Wechselwirkung ist jedoch nur für **Elektronen** von Bedeutung. Im folgenden behandeln wir also lediglich den Fall eines einfallenden Elektrons.

In etwa 98% der Fälle wird das Elektron **elastisch gestreut**. Es kommt also zu keiner<sup>1</sup> Energieübertragung und somit auch nicht zu einer Anregung oder Ionisation. Durch diesen Effekt

<sup>1</sup> genau genommen, verliert das einfallende Elektron ein wenig Energie aufgrund der Impulserhaltung. Die übertragene Energie kann aber für die Strahlentherapie vernachlässigt werden.

werden die Elektronen stark abgelenkt. Diese Wechselwirkungsart ist denn auch hauptverantwortlich für den gewundenen Pfad, den ein **Elektron** beim Durchgang durch Materie zurücklegt. Es ist intuitiv klar, dass dieser Effekt mit zunehmendem  $Z$  der Materie verstärkt wird<sup>1</sup>. Entsprechend ist auch klar, weshalb bei hohen  $Z$ -Zahlen die Elektronenrückstreuung zunimmt.

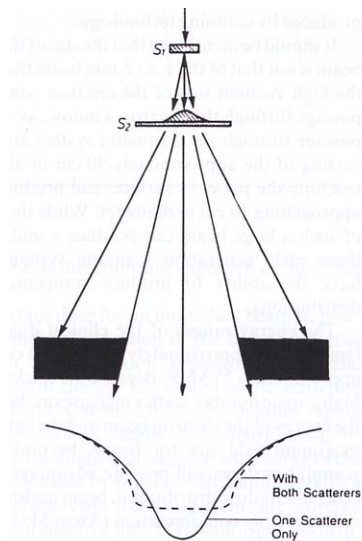


### Verwendung einer Streufolie zur Aufweitung des Elektronenstrahls

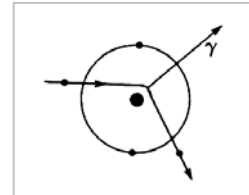
Eine Anwendung dieser elastischen Streuung am Atomkern ist die Verwendung einer Streufolie bei der Bestrahlung mittels eines Elektronenstrahls. Wie später in der Vorlesung noch gezeigt wird, werden Elektronen mit einem Linearbeschleuniger auf einige MeV beschleunigt und können dann direkt für die Strahlentherapie verwendet werden. Der aus dem Beschleuniger austretende Elektronenstrahl hat einen Durchmesser von wenigen Millimetern. Dies ist für die Therapie nicht vorteilhaft, so dass man den Strahl aufweiten möchte. Man verwendet deshalb eine (oder auch mehrere) Streufolie, um so das Elektronenfeld aufzuweiten.

Einerseits möchte man hierfür eine möglichst dünne Folie verwenden, um so den Energieverlust beim Durchqueren der Folie zu minimieren und auch den Strahl nicht allzu sehr mit Bremsstrahlung zu verunreinigen. Andererseits soll die Intensitätsverteilung möglichst homogenisiert werden.

Eine einzige Streufolie erzeugt einen Elektronenstrahl, dessen Intensitätsverteilung etwa einer Gaussverteilung entspricht, wobei die Breite mit der Foliendicke zunimmt. Eine günstigere Strahlintensitätsverteilung lässt sich durch Mehrfachstreuung erzielen.



In etwa 2% der Fälle findet **inelastische Streuung** des Elektrons am Kern statt. Hierbei wird ein Photon emittiert, welches praktisch 100% der kinetischen Energie des einfallenden Elektrons bekommt. Man spricht von der sogenannten **Bremsstrahlung**. Wir werden im Verlaufe der Vorlesung noch oft mit dieser Bremsstrahlung zu tun haben, denn sie spielt in der



<sup>1</sup> genau genommen ist der Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung proportional zu  $Z^2$  (s. Attix).

Medizinischen Physik eine wichtige Rolle. Zudem wird sie auch in den Übungen mittels Monte Carlo Methoden näher untersucht<sup>1</sup>.

### 3. Annihilation

Die Annihilation findet dann statt, wenn ein Antiteilchen (zum Beispiel ein Positron) auf ein Teilchen (Elektron) trifft. Dabei „vernichten“ sich diese geladenen Teilchen gegenseitig und produzieren Photonen. Eine wichtige Anwendung dieses Effektes in der Medizin ist das **PET** (Positronen-Emissions-Tomographie)<sup>2</sup>.

### 4. Überblick über alle Wechselwirkungsprozesse

In der Fig. 2 wird ein Überblick über alle Wechselwirkungen gegeben. Man sieht, dass man mehrere Unterteilungen machen kann, je nachdem, was einem gerade interessiert. So gibt es eine Unterteilung in Coulombwechselwirkungen, Annihilation und Kernprozesse, welche die unterschiedlichen Kräfte (elektromagnetische und starke Kraft) berücksichtigt. Andererseits können wir in **Stossprozesse** und **Strahlungsprozesse** (Bremsstrahlung, Annihilation, charakt. Strahlung) unterteilen. Eine weitere Unterteilung wäre die in elastische und inelastische Streuung der geladenen Teilchen.

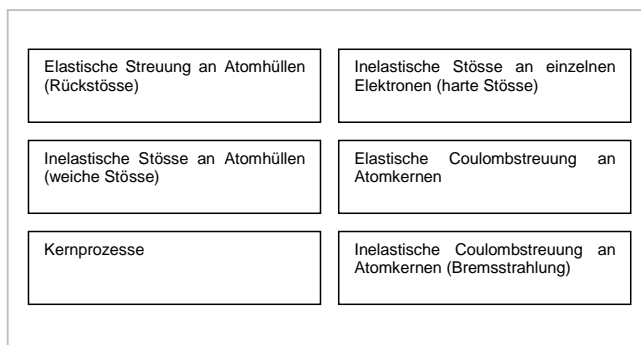


Fig. 2

Die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Wechselwirkungen ist von der Art des einfallenden Teilchens sowie dessen Energie und schliesslich auch vom absorbierenden Medium abhängig. Wir werden im folgenden untersuchen, welche Grössen hierfür überhaupt eine Rolle spielen.

<sup>1</sup> Den Studierenden sei an dieser Stelle empfohlen, sich Gedanken darüber zu machen, wie diese Bremsstrahlung vom absorbierenden Medium (insbesondere von der Kernladungszahl  $Z$ ) abhängt.

<sup>2</sup> s. Sommersemester (Medizinische Physik II)

Es ist einfach einsehbar, dass die **Masse** des einfallenden Teilchens eine Rolle spielt, wenn es um **Richtungsänderungen** geht. Die schweren geladenen Teilchen sind nämlich erheblich schwerer als ihre wichtigsten Wechselwirkungspartner (die Hüllenelektronen), so dass diese schweren Teilchen nur wenig aus ihrer Bahn abgelenkt werden. Schwere geladene Teilchen bewegen sich mehr oder weniger geradlinig durch das Absorbermaterial. Ganz anders sieht dies für einfallende Elektronen aus, bei welchen es zu grossen Richtungsänderungen kommt. Dies führt dazu, dass die seitlichen Begrenzungen (**Penumbra**) eines Elektronenstrahls viel breiter sind als diejenigen eines Teilchenstrahls bestehend aus schweren geladenen Teilchen. Somit ist auch klar, dass schwere geladene Teilchen sich besonders gut für die Strahlentherapie eignen, wenn sich ein Tumor nahe an einem kritischen Organ befindet.

Aber nicht nur diese physikalischen Eigenschaften sind für den Erfolg oder Misserfolg einer Teilchenbestrahlung wichtig. Neben der **Wirtschaftlichkeit** und der **Einsetzbarkeit in einer klinischen Umgebung** sind vor allem auch die **strahlenbiologischen Kriterien** massgebend dafür, ob sich eine Strahlungsmodalität durchsetzen kann. Die schweren geladenen Teilchen bedingen grosse Beschleuniger, die einerseits sehr teuer sind und andererseits einen derart grossen Aufwand an Technik und Personal bedingen, dass ein routinemässiger Einsatz im Spital erst in ferner Zukunft denkbar ist. Andererseits erzeugen schwere geladene Teilchen eine dichte, geradlinige Kernzone von dichten Ionisationen und Anregungen, was einen hohen **linearen Energietransfer (LET)** zur Folge hat. Der LET ist definiert als die pro Weglänge lokal deponierte Energie und ist somit ein Mass für die Dichte der Ionisationen entlang des Pfades eines Partikels. Man unterscheidet zwischen Strahlungsarten mit tiefem LET (Photonen, Elektronen, Protonen) und solchen mit hohem LET (Neutronen, schwere geladene Teilchen und Sternprodukte im Bragg-Peak von Pionen).

Treten Photonen im Megavoltbereich mit Gewebe in Wechselwirkung, so sind die Wechselwirkungsorte weit voneinander entfernt. Die Photonen lösen schnelle Elektronen aus, welche primär für die Ionisierungen verantwortlich sind. Aber auch diese Ionisationen der Elektronen (ob im Gewebe durch Photonen ausgelöst oder durch einen Beschleuniger erzeugt) sind dünn verteilt. Ausserdem verläuft die Bahn des Elektrons im Zickzack durch das Gewebe und ist verästelt, was zu einer breiten Verteilung der Ionisationen führt.

Schwere geladene Teilchen erzeugen eine geradlinige Kernzone von dichten Ionisationen und Anregungen, sowie ein breites Band von weggeschlagenen Elektronen. Die hohe Dichte von Ionisationen und Anregungen bewirkt in den betroffenen Zellen derart gravierende Schäden, dass eine Reparatur wenig wahrscheinlich ist.

## 5. Das Bremsvermögen (Stopping Power)

Bis jetzt haben wir lediglich die verschiedenen Wechselwirkungsarten beschrieben. Für die Strahlentherapie<sup>1</sup> ist aber vor allem die deponierte Energie entscheidend. Es hat sich nämlich gezeigt, dass die Energiedosis wichtig ist für die Beschreibung der biologischen Strahlenwirkung. Entsprechend wichtig ist also, wie die Teilchen ihre Energie an das Absorbermaterial abgeben.

Wir wissen, dass geladene Teilchen entweder gebremst oder gestreut werden. Das Bremsvermögen (im englischen wie auch im deutschen Sprachgebrauch verwendet man oft auch die sogenannte Stopping Power) beschreibt den Energieverlust eines Teilchens entlang seiner Spur:

$$S = \frac{dE}{dx} \quad [\text{J/m}]$$

Die Einheit wird häufig in MeV/cm oder in keV/ $\mu\text{m}$  angegeben. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Stopping Power  $S$  sowohl von der Art des einfallenden Teilchens wie auch von dessen Energie abhängig ist. Zudem spielt das Absorbermaterial eine Rolle.

Aus den vorherigen Abschnitten wird klar, dass man die Stopping Power in ein Stossbremsvermögen (collision stopping power) und ein Strahlungsbremsvermögen (radiative stopping power) unterteilen kann:

$$S = \frac{dE}{dx} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{col} + \left( \frac{dE}{dx} \right)_{rad}$$

Das Stossbremsvermögen lässt sich weiter unterteilen, entsprechend den Anteilen aus weichen und harten Stößen. Häufig verwendet man auch das sogenannte Massenbremsvermögen (mass stopping power):

$$\frac{S}{\rho} = \frac{dE}{\rho dx} = \left( \frac{dE}{\rho dx} \right)_{col} + \left( \frac{dE}{\rho dx} \right)_{rad}$$

---

<sup>1</sup> und auch für andere Disziplinen in der Medizinphysik (z.B. diagnostische Verfahren mittels Röntgenstrahlen, Nuklearmedizin, etc.)

## Das Stossbremsvermögen (Collision Stopping Power)

Die folgende (klassische!) Herleitung ist aus dem Buch von Jackson entnommen<sup>1</sup>. Wir betrachten ein einfallendes, **schweres**<sup>2</sup> geladenes Teilchen mit der Ladung  $q$  und der Masse  $M$  und der Geschwindigkeit  $v$ . Das Teilchen falle mit dem Stossparameter  $b$  auf den Absorber ein, welches zunächst aus einem einzigen, ruhenden Elektron bestehe. Wir werden später den Fall besprechen, bei welchem mehrere Absorber-Elektronen im Spiel sind. Wir nehmen ferner an, dass der Impulsübertrag auf das Elektron so klein sei, dass das Elektron auch nach dem Stoss als ruhend betrachtet werden kann. Der Impulsübertrag ist gegeben durch das elektrische Feld  $E$ :

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} eE_{\perp} dt$$

wobei wir nur die senkrechte Komponente des elektrischen Feldes zu betrachten haben. Aus dem Satz von Gauss ergibt sich nach Integration über einen Zylinder

$$\int E_{\perp} 2\pi b dx = 4\pi q.$$

Und somit können wir für den Impulsübertrag schreiben

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} eE_{\perp} \frac{dt}{dx} dx = \frac{2eq}{bv}.$$

Für den Energieübertrag erhalten wir entsprechend

$$\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2m_e} = \frac{2q^2 e^2}{m_e b^2 v^2}.$$

<sup>1</sup> Eine quantenmechanische Herleitung führt für uns zu weit, da wir weniger an der exakten Herleitung der Stopping Power sondern vielmehr an deren Anwendung in der Medizinphysik interessiert sind. Die Studierenden werden an dieser Stelle auf die Originalarbeiten von Bethe und Bloch verwiesen.

<sup>2</sup> Den Fall des Elektrons/Positrons muss man separat behandeln, weil die Masse viel kleiner ist als bei schweren Teilchen und weil man bei Elektronen an die Ununterscheidbarkeit des einfallenden und des gestreuten Teilchens denken muss.



Wir gehen nun zum Fall, wo sich  $N_e$  Elektronen pro Volumen befinden und betrachten den Energieverlust für alle Elektronen im Bereich  $b$  und  $b + db$  in einer Schicht der Dicke  $dx$ . Mit  $dV = 2\pi b db dx$  ergibt sich

$$dE = N_e \Delta E dV .$$

Und schliesslich ergibt sich für den Energieverlust pro Weglänge die klassische Gleichung für den Stopping Power, welche man auch als **klassische Bohr-Gleichung** bezeichnet.

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi q^2 e^2}{m_e v^2} N_e \int_{b_1}^{b_2} \frac{1}{b} db = \frac{4\pi q^2 e^2}{m_e v^2} N_e B ,$$

wobei wir hier nicht näher eingehen, wie das Integral (insbesondere die Wahl der Integrationsgrenzen) zu lösen ist.

Eine quantenmechanische Herleitung wurde durch Bethe und Bloch durchgeführt und die dabei resultierende Gleichung wird als **Bethe-Bloch-Gleichung** bezeichnet. Berücksichtigen wir noch die Beziehung der Elektronendichte mit der Kernladungszahl  $Z$  und nehmen wir an, das einfallende Teilchen hätte die Ladung  $q=ze$ , so können wir als Schlussresultat für das **Stossbremsvermögen** schreiben:

$$S_{col} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{col} = N_A \frac{Z}{A} \rho \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} B$$

wobei im Fall von **einfallenden schweren Teilchen** für den Term  $B$  geschrieben werden kann:

$$B = \ln \left( \frac{2m_e v^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2$$

mit  $I$  = Ionisationspotential des absorbierenden Atoms

$$\beta = \frac{v}{c}$$

Hinzu kommen allfällige Störungen bei tiefen Geschwindigkeiten für positiv geladene Teilchen, da in diesen Fällen das geladene Teilchen vorübergehend ein Elektron des Absorbers einfangen

kann, so dass man dann  $z$  durch eine effektive Ladung  $z^*$  ersetzen muss. Eine weitere Korrektur ist für die bereits weiter oben angesprochenen Polarisierungseffekte<sup>1</sup> zu machen.

Die wichtigsten **Interpretationen der Bethe-Bloch-Gleichung** sind folgende:

- a)  $\frac{dE}{dx}$  hängt nicht von der Masse des einfallenden Teilchens ab, sondern nur von dessen Ladung.
- b)  $\frac{dE}{dx}$  nimmt quadratisch mit der Ladung des einfallenden Teilchens zu. Das bedeutet, dass bei gleicher Teilchengeschwindigkeit das Stossbremsvermögen eines  $\alpha$ -Teilchens viermal, derjenige eines  $C^{6+}$ -Kerns 36 mal höher ist als dasjenige eines Protons oder eines Deuterons<sup>2</sup>.
- c) Solange der Term  $B$  vernachlässigt werden kann, ist  $\frac{dE}{dx}$  umgekehrt proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit des einfallenden Teilchens.  $\frac{dE}{dx}$  nimmt also gegen kleine Geschwindigkeiten hin zu, was für den Bragg-Peak verantwortlich ist (s. später).
- d) Nähert sich die Partikelgeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit, so nimmt  $\frac{dE}{dx}$  zu wegen des Terms  $B$ . Etwa dort, wo die kinetische Energie des Teilchens der Ruheenergie entspricht, hat  $\frac{dE}{dx}$  ein Minimum.

In der Fig. 3 ist das Massenbremsvermögen für einfach geladene Teilchen als Funktion von  $\beta$  (respektive der Energie) dargestellt. Der Einfluss des absorbierenden Materials ist klar ersichtlich: Je kleiner das  $Z/A$  umso kleiner ist das Massenbremsvermögen. Man beachte, dass für biologisches Gewebe das Verhältnis  $Z/A$  mehr oder weniger konstant verläuft.

---

<sup>1</sup> Man spricht oft auch von sogenannten Dichteeffekten.

<sup>2</sup> Wir überlassen es den Studierenden sich zu überlegen, wie sich die kinetischen Energien für die verschiedenen Teilchen ändern, wenn sie alle die gleiche Geschwindigkeit haben sollen. Man überlege sich auch, wie man die einzelnen Teilchen auf solche Geschwindigkeiten beschleunigen kann.

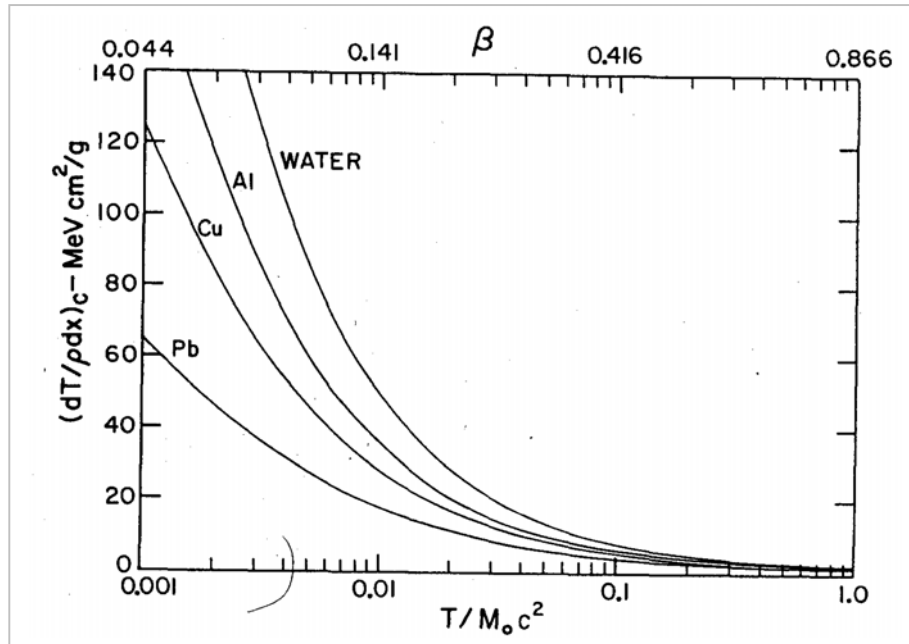


Fig. 3 Massenstossbremsvermögen  $S_{col}/\rho$  für einfach geladene Teilchen (aus Attix).

In der Fig. 4 ist die Stopping Power für verschiedene einfallende Teilchen als Funktion der Energie dargestellt. Bei nicht-relativistischen Energien ist die  $1/v^2$ -Abhängigkeit dominant. Danach folgt ein Minimum, wo das einfallende Teilchen das Material also am wenigsten zu ionisieren vermag. Bei noch grösseren Energien steigt die Stopping Power aufgrund des B-Terms wieder an<sup>1</sup>.

Im Fall, wo das einfallende Teilchen ein **Elektron/Positron** ist, muss im wesentlichen der Term B ersetzt werden:

$$B = \ln \left( \frac{\tau^2(\tau + 2)}{2 \left( \frac{I}{m_e c^2} \right)} \right) + F(\tau)$$

wobei  $\tau$  die kinetische Energie des einfallenden Teilchens in Einheiten von  $m_e c^2$  ist und die Funktion  $F$  aufgrund der Ununterscheidbarkeit im Falle der Elektronen für Elektronen anders aussieht als für Positronen.

<sup>1</sup> Allerdings wird in Wirklichkeit dieser Anstieg durch den Dichteeffekt kompensiert, was wir hier aber nicht näher untersuchen wollen.

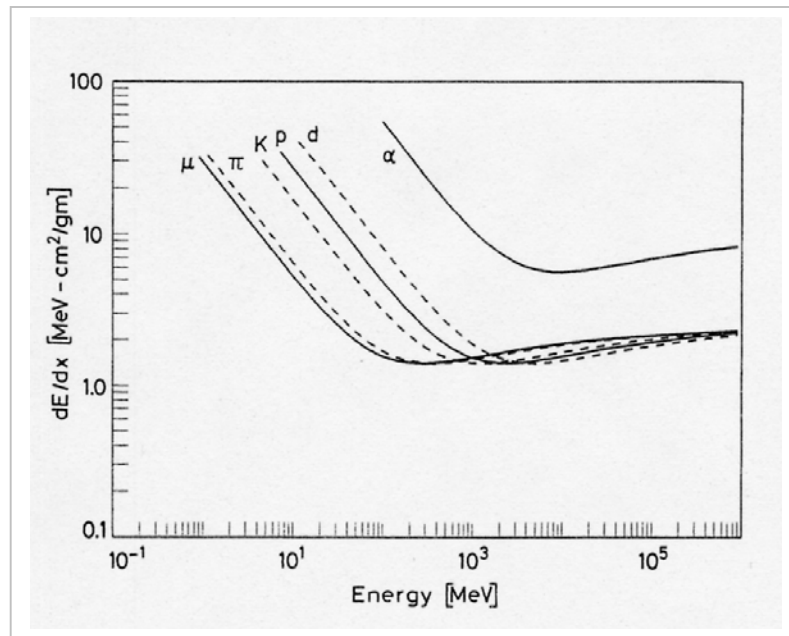


Fig. 4 Stopping Power als Funktion der Energie (aus Leo).

## Das Strahlungsbremsvermögen (Radiative Stopping Power)

Aus der Elektrodynamik ist bekannt, dass das Abbremsen von elektrisch geladenen Teilchen zur Emission von Photonen führen kann. Man spricht von sogenannter **Bremsstrahlung**, welcher in der Fig. 5 schematisch dargestellt ist.

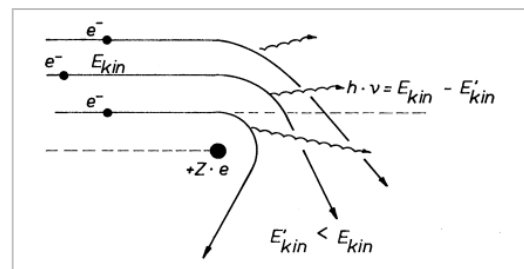


Fig. 5

Es ist klar, dass der Energieverlust des einfallenden Teilchens umso grösser ist, je grösser der Ablenkwinkel ist<sup>1</sup>. Ferner führt ein kleiner Stossparameter  $b$  zu einem grossen Energieverlust. Wir brauchen aber hohe Energien, damit das Teilchen genügend nahe an den Atomkern kommen kann. Entsprechend ist das Strahlungsbremsvermögen nur für hoch-energetische Teilchen von Bedeutung. Deshalb beschränkt sich das Phänomen der **Bremsstrahlung** eigentlich ausschliesslich auf den Fall einfallender **Elektronen** (und Positronen).

<sup>1</sup> Dieser Ablenkwinkel ist aber für schwere geladene Teilchen nicht besonders gross, da diese Teilchen eine grosse Masse besitzen.

Streng genommen muss man zwischen einem Anteil aus der Strahlungsbremung vom Kern und einem Anteil aus der Strahlungsbremung von den Hüllenelektronen unterscheiden. Man kann zeigen, dass total folgendes Strahlungsbremsvermögen resultiert:

$$S_{rad} = \left( \frac{dE}{dx} \right)_{rad} = \rho \frac{1}{u} r_e^2 \alpha \frac{Z^2}{A} E_{tot} B_{rad}$$

wobei  $E_{tot}$  = Gesamtenergie des einfallenden Elektrons

$r_e$  = klassischer Elektronenradius

$\alpha$  = Feinstrukturkonstante

$B_{rad}$  bezeichnet eine Restfunktionen, welche nur schwach von Z abhängig ist

Die Bremsstrahlung wird in der Medizinphysik sehr oft angewendet. Sei es für die Erzeugung der Röntgenstrahlung in Röntgenröhren für die medizinische Diagnostik oder die Erzeugung hochenergetischer Photonen in Linearbeschleunigern für die Strahlentherapie. Mit Monte Carlo Methoden lässt sich die Bremsstrahlung sehr schön charakterisieren, was in den Übungen auch gemacht wird. In Fig. 6 ist die **Winkelverteilung der Bremsstrahlung** für zwei Situationen (unterschiedliche Targetdicke und unterschiedliche Elektronenenergien) dargestellt. Es ist den Studierenden selbst überlassen, diese Winkelverteilungen mit Monte Carlo Methoden zu analysieren. Wichtig ist hier nur die intuitiv verständliche Aussage, dass mit zunehmender Elektronenenergie die Bremsstrahlung zunehmend nach vorne gerichtet ist.

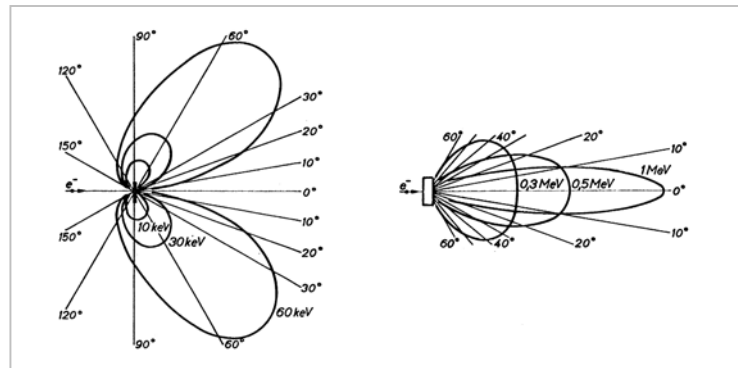


Fig. 6 Winkelverteilung der Bremsstrahlung (aus Krieger)

## Stossbremsvermögen vs. Strahlungsbremsvermögen

Vergleichen wir das Stossbremsvermögen  $S_{col}$  mit dem Strahlungsbremsvermögen  $S_{rad}$ , so ergibt sich folgende Abhängigkeit

$$\frac{S_{rad}}{S_{col}} \sim Z.$$

Man kann ferner zeigen, dass für hochrelativistische Elektronen näherungsweise gilt:

$$\frac{S_{rad}}{S_{col}} \cong \frac{ZE}{800} \quad (\text{für } E > 500 \text{ keV}).$$

Für kleinere Energien kann man zeigen:

$$\frac{S_{rad}}{S_{col}} \cong \frac{ZE}{1400} \quad (\text{für } E < 150 \text{ keV}).$$

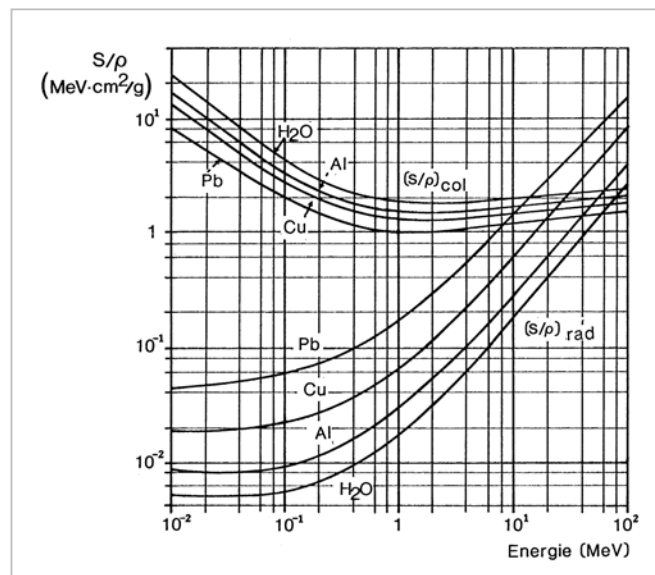


Fig. 7 Massen- Stossbremsvermögen und –Strahlungsbremsvermögen (aus Krieger).

In der Fig. 7 ist das Massenstossbremsvermögen und das Massenstrahlungsbremsvermögen als Funktion der Elektronenenergie dargestellt. Es zeigt sich, dass für Blei der Stossanteil und der Strahlungsanteil bei etwa 8 MeV gleich sind. Für biologisches Material ist dies bei etwa 80 MeV der Fall. Bei den typischen Energien, welche in der Strahlentherapie mit Photonen und Elektronen verwendet werden, erfolgt die Energiedeposition in biologischem Material also vorwiegend durch Stossverluste. Andererseits wissen wir bereits, dass mit dem Stoss eine Richtungsänderung verbunden ist, so dass Streuprozesse zu berücksichtigen sind.

Die untenstehende Tabelle gibt einige Werte der Stopping Power für Elektronen in Wasser.

Energy $E_0$	$S_{\text{ion}}$	$S_{\text{rad}}$ MeV cm <sup>2</sup> /g	$S_{\text{tot}}$
keV			
10	22.56	.0039	22.56
20	13.17	.0040	13.18
40	7.777	.0040	7.781
80	4.757	.0041	4.762
100	4.115	.0042	4.120
200	2.793	.0048	2.798
400	2.148	.0063	2.154
800	1.886	.0104	1.897
MeV			
1	1.852	.0128	1.865
2	1.839	.0268	1.866
4	1.896	.0608	1.957
8	1.970	.1398	2.110
10	1.994	.1823	2.176
20	2.063	.4097	2.472
40	2.125	.8962	3.021
80	2.184	1.914	4.099
100	2.204	2.434	4.637

Tabelle (aus Johns & Cunningham).

## 6. Beschränktes Bremsvermögen

Wir haben bereits den LET kurz besprochen. Der LET beschreibt die lokal deponierte Energie pro Weglänge und ist naturgemäss mit der Stopping Power verwandt. Wichtig ist, dass man für den LET nur die **lokal** deponierte Energie berücksichtigt. Wir wissen jedoch, dass die Energieverluste von geladenen Teilchen sowohl durch harte als auch weiche Stösse erfolgen. Harte Stösse produzieren aber auch  $\delta$ -Elektronen, welche genügend Energie haben können, um einen beträchtlichen Teil ihrer Energie vom Wechselwirkungsort wegzutragen.

Das beschränkte Bremsvermögen (Restricted Stopping Power) ist derjenige Teil des Stossbremsvermögens, welcher alle weichen Stösse enthält und all diejenigen harten Stösse, welche  $\delta$ -Elektronen produzieren, die eine Energie unterhalb einer gewissen Grenze  $\Delta$  besitzen. Typischerweise gibt man den LET in keV/ $\mu\text{m}$  an.

## 7. Reichweiten geladener Teilchen

Wir haben gesehen, dass geladene Teilchen ihre Energie kontinuierlich verlieren und dabei abgebremst werden. Wir können für ein bestimmtes Teilchen verschiedene Reichweiten definieren. Es wird sich zeigen, dass diese Unterscheidung vor allem im Falle der Elektronen Sinn macht, wohingegen sich diese verschiedenen Ranges bei schweren geladenen Teilchen kaum unterscheiden.

Ganz allgemein kann man die Reichweite (Range) definieren als Erwartungswert<sup>1</sup> der Bahnlänge eines geladenen Teilchens, bis dieses zum Stillstand (therm. Gleichgewicht) kommt:

$$R = \int \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE .$$

Dieser Reichweite sagt man oft auch **CSDA-Reichweite**.

---

<sup>1</sup> Es ist klar, dass nicht alle in einen Absorber einfallenden Teilchen das gleiche Schicksal erleiden, so dass die Bahnlänge eine individuelle Eigenschaft ist, welche statistisch verteilt ist.



Die Bethe-Bloch-Gleichung hat uns gezeigt, dass Teilchen mit derselben Ladung und der gleichen Geschwindigkeit dieselbe Stopping Power besitzen. Ein Deuteron mit der kinetischen Energie von 20 MeV besitzt dieselbe Geschwindigkeit wie ein 10 MeV Proton. Somit sind die Stopping Powers dieser beiden Teilchen gleich. Allerdings hat das Deuteron doppelt soviel Energie wie das Proton, so dass es auch eine doppelt so grosse Strecke benötigt, um diese Energie an das Medium abzugeben. Ein  $\alpha$ -Teilchen benötigt etwa 40 MeV für dieselbe Geschwindigkeit. Die Stopping Power ist jedoch 4 mal grösser ( $z^2$ ) als diejenige des Protons. Entsprechend ist der Range dieses 40 MeV  $\alpha$ -Teilchens etwa gleich gross wie der Range des 10 MeV Protons.

Eine andere Definition des Ranges (der **projizierte Range** oder auch die **mittlere Reichweite**) berücksichtigt die Projektion aller möglichen Teilchenbahnen auf die ursprüngliche Strahlrichtung. Dies ist in der Fig. 8 dargestellt. Insbesondere bei Elektronen, deren geringe Masse zu grossen Streuungen führt, unterscheidet sich diese projizierte Reichweite stark von der weiter oben definierten CSDA-Reichweite.

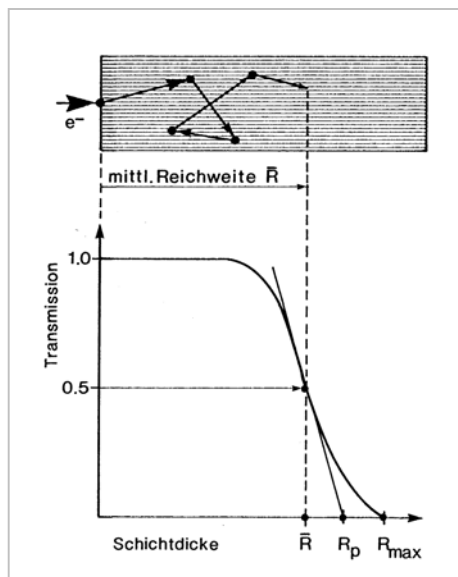


Fig. 8 Definition der Reichweiten (aus Krieger).

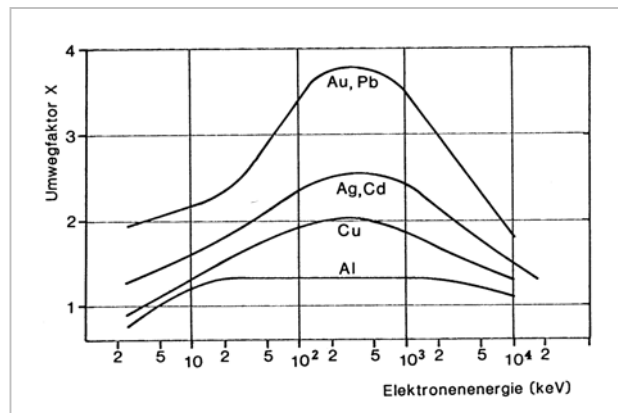


Fig. 9 Umwegfaktoren (aus Krieger).

Als **Umwegfaktor** bezeichnet man das Verhältnis von dieser mittleren Reichweite zur sogenannten praktischen Reichweite. Diese Grösse ist ein Mass dafür, wie sehr die Teilchen von ihrer ursprünglichen Einfallsrichtung abgelenkt werden. Für schwere geladene Teilchen ist der Umwegfaktor meistens 1, wohingegen Elektronen (abhängig von deren Energie und von der Ordnungszahl  $Z$  des Absorbers) Umwegfaktoren bis 4 erreichen können (s. Fig. 9).

## 8. Tiefendosiskurve für Protonen

Wir werden später in der Vorlesung den Begriff der **Tiefendosiskurve** genauer erläutern. Vorerst ist nur wichtig, dass dieser Begriff erstens eine sehr zentrale Rolle in der Strahlentherapie spielt und zweitens, dass damit der Verlauf der Dosis als Funktion der Tiefe gemeint ist<sup>1</sup>. Wir behandeln im folgenden den Spezialfall, wo das einfallende Teilchen ein **Proton** ist.

Von der Bestrahlung mit Protonen verspricht man sich heute einiges. So gibt es mittlerweile mehrere Kliniken, welche die Protonen in der klinischen Routine zur Bestrahlung von Tumoren benutzen. Am Paul Scherrer Institut in Villigen wurde und wird Pionierarbeit in Sachen Protonentherapie betrieben. Wir wollen an dieser Stelle keine abschliessende Erörterung dieser Bestrahlungstechnik durchführen. Vielmehr wollen wir einige physikalische Gründe diskutieren, weshalb man sich von den Protonen so viel verspricht.

Die moderne Strahlentherapie versucht, die Dosis<sup>2</sup> möglichst konformal an den Tumor zu applizieren. Manchmal liegt aber der Tumor derart ungünstig (z.B. in unmittelbarer Nähe eines Risikoorgans), dass man aufgrund der physikalischen Eigenschaften herkömmlicher Methoden (Photonen- und Elektronenbestrahlung) nicht oder nur eingeschränkt konformierend bestrahlen kann. Wir haben aber gesehen, dass Protonen ihre Energie entlang einer mehr oder weniger geraden Bahn an das Medium abgeben. Dabei wird das Proton kontinuierlich abgebremst, so dass dessen Energie immer kleiner wird. Andererseits sagt uns die Bethe-Bloch-Gleichung, dass die Stopping Power proportional zu  $1/v^2$  ist. Dies bedeutet, dass das Proton entlang seiner Bahn immer mehr Energie deponiert, weil sich aufgrund seiner Verlangsamung die Stopping Power entlang seiner Bahn verändert. Dies führt dazu, dass unmittelbar vor seiner Reichweite sehr viel Energie deponiert wird, was in der Fig. 10 dargestellt ist. Man spricht vom sogenannten **Bragg-Peak**, welcher sich bei der Tiefendosiskurve für Protonen manifestiert.

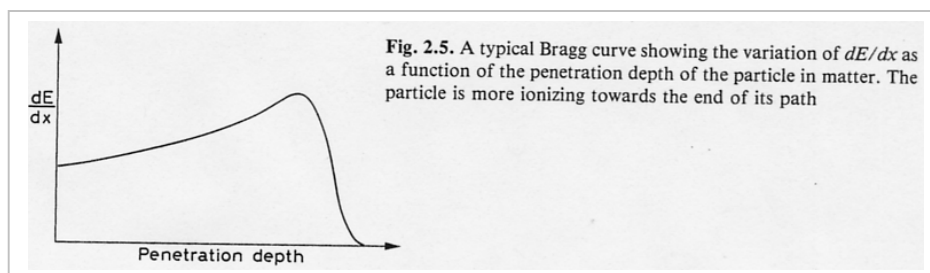


Fig. 10 Bragg-Peak bei Protonen (aus Leo).

<sup>1</sup> In den Übungen wurde die Tiefendosiskurve bereits eingeführt, und es wurden sogar schon Tiefendosiskurven mittels Monte Carlo Methoden berechnet.

<sup>2</sup> Zur Erinnerung: der Dosisbegriff wird erst später in der Vorlesung exakt definiert.

Der Bragg-Peak ist jedoch zu sehr lokalisiert, um grössere Tumoren zu bestrahlen. Deshalb muss man ihn „verschmieren“, was man auf verschiedene Arten machen kann<sup>1</sup>. Man spricht vom **Spread Out Bragg Peak (SOBP)**, welcher in Fig. 11 dargestellt ist. Dadurch wird es möglich, einen Tumorbereich homogen mit Dosis zu beladen. In der Figur ist aber auch ersichtlich, dass dadurch das Plateau vor dem Bragg-Peak entsprechend erhöht wird. Um einen Vergleich zur Bestrahlungssituation mit Photonen zu haben, ist in derselben Figur auch eine Tiefendosiskurve für einen 10 MV Photonenstrahl dargestellt. Es ist klar, dass vor allem der steile distale Abfall der Tiefendosiskurve für Protonen therapeutisch von grossem Interesse ist. Näheres dazu folgt im Verlaufe der Vorlesung.

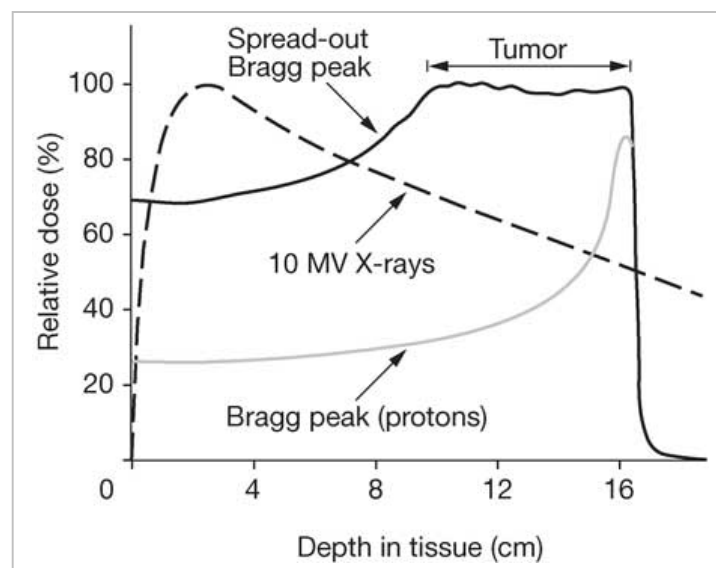


Fig. 11 Spread Out Bragg-Peak bei Protonen.

## 9. Tiefendosiskurve für Elektronen

Obschon es sich bei Elektronen auch um geladene Teilchen handelt, gibt es bei Elektronen keinen Bragg-Peak in der Tiefendosiskurve. Der Grund dafür ist, dass Elektronen derart kleine Massen besitzen, dass sie leicht gestreut werden. Die Streuung macht also diesen Effekt zunichte. In den Fig. 12 und 13 sind verschiedene Tiefendosiskurven für Elektronen

<sup>1</sup> Eine Methode nutzt ein rotierendes Rad mit unterschiedlich dicken Absorbern. Für die sogenannte Spot-Scanning Technik (PSI) benutzt man sogenannte Range-Shifter Platten.

unterschiedlicher Energie und als Funktion der Feldgrösse dargestellt. Man beachte, dass die Tiefendosiskurve stark von der Feldgrösse abhängig ist.<sup>1</sup>

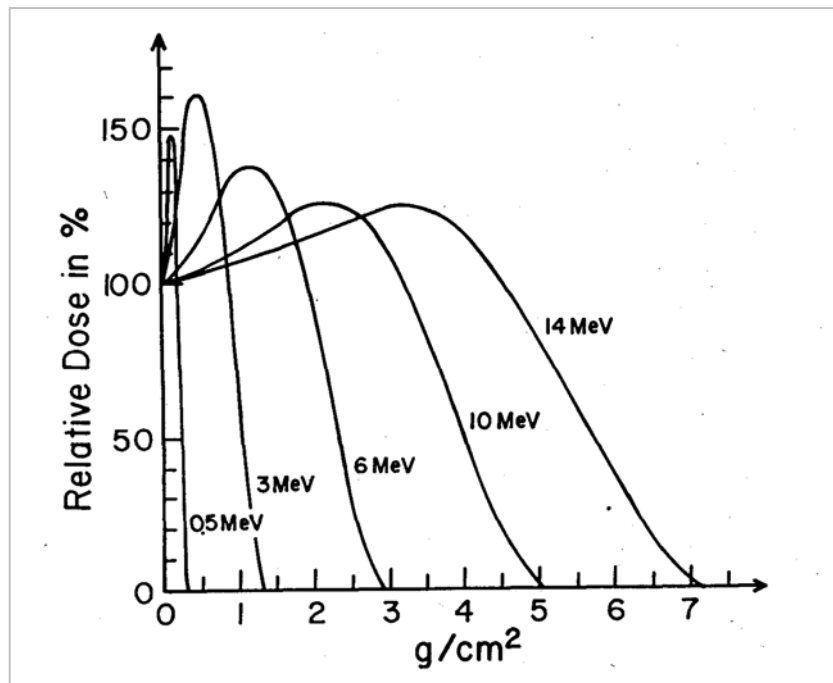


Fig. 12 Tiefendosiskurven für Elektronen (aus Attix).

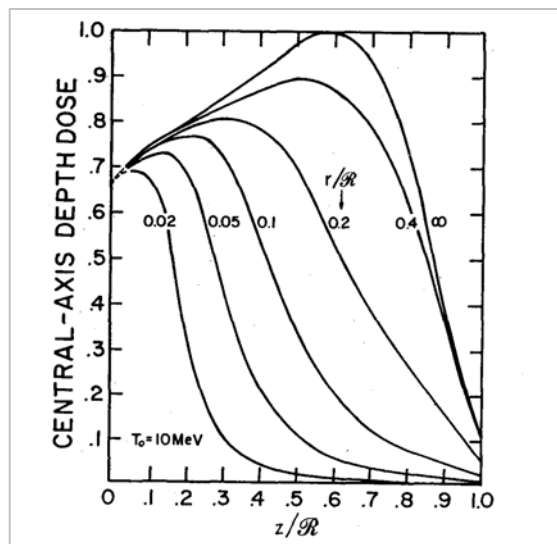


Fig. 13 Tiefendosiskurven für Elektronen (aus Attix).

<sup>1</sup> In den Übungen wurde bereits gezeigt, wie die Tiefendosiskurve von der Breite des Elektronenstrahls abhängig ist.

Eine ausführliche **Diskussion der Elektronen-Tiefendosiskurve** folgt später in der Vorlesung. Wichtig sind vorerst folgende Eigenschaften:

- a) Es existiert ein Dosismaximum, welches abhängig ist von der Energie des Elektrons.
- b) Es existiert ein hautschonender Effekt (analog zum Buildup-Effekt bei Photonen), welcher mit zunehmender Energie immer ungünstiger ist.
- c) Es existiert ein relativ steiler, distaler Abfall der Tiefendosiskurve, welcher mit zunehmender Energie immer flacher wird.
- d) Es existiert ein Bremsstrahlungsschwanz in grosser Tiefe

Die Tiefendosiskurve kann in der Klinik durch **charakteristische Grössen** beschrieben werden. Man lehnt sich an die Reichweiten an, wobei man in der klinischen Dosimetrie folgende Reichweiten unterscheidet (Fig. 14):

- a) Mittlere Reichweite
- b) Praktische Reichweite
- c) Maximale Reichweite
- d) Therapeutische Reichweite

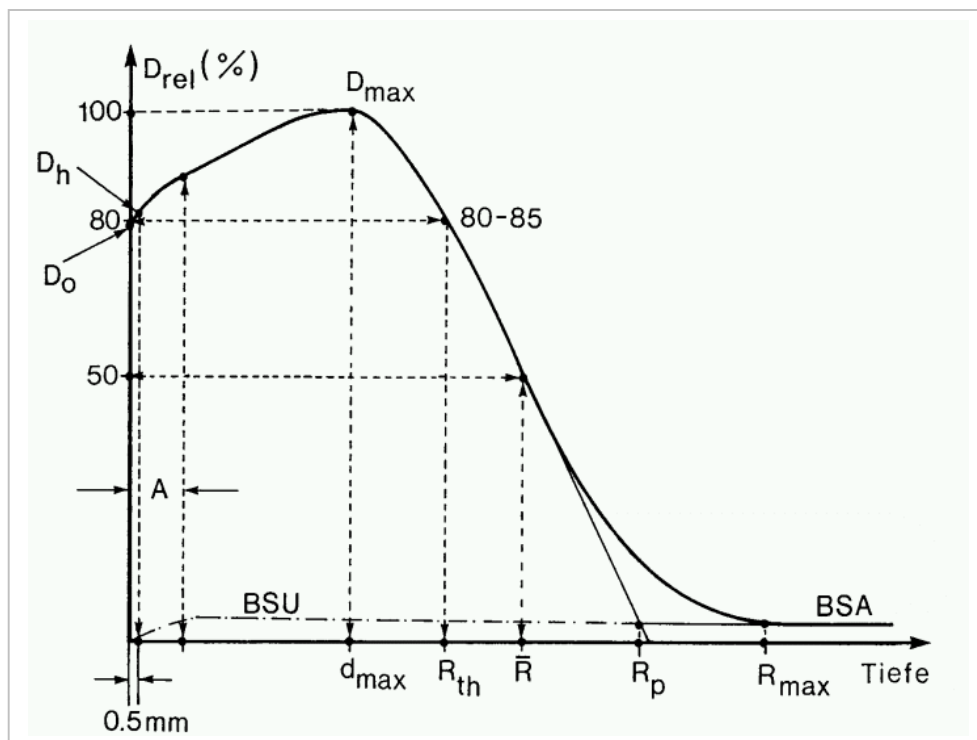


Fig. 14 Definition der verschiedenen Reichweiten (aus Krieger).

Aufgrund der Stopping Power können wir für biologisches Gewebe erwarten, dass der Range der Elektronen gegeben ist durch

$$R \text{ (in cm)} = \frac{E \text{ (in MeV)}}{2}.$$

In der klinischen Dosimetrie muss man für die **Charakterisierung eines Elektronenstrahls** die Energie (mittlere, wahrscheinlichste, maximale, etc.) bestimmen (Fig. 15). Dies wird in der Praxis über die oben erwähnten Reichweiten gemacht. Empirisch bestimmte Beziehungen zwischen den messbaren Reichweiten und dem Energiespektrum findet man z.B. im Buch von Krieger.

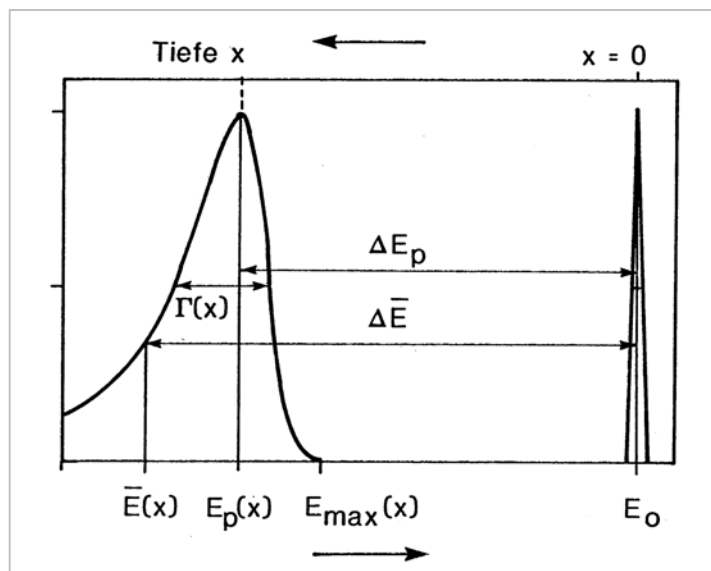


Fig. 15 Definition der Charakteristika des Elektronenstrahls (aus Krieger).

## Streuung von Elektronen

Während schwere geladene Teilchen aufgrund ihrer grossen Masse kaum gestreut werden, muss man für die Dosisverteilung von Elektronen vor allem auch die Streuung berücksichtigen. Bei der Elektronenstreuung hat man zwischen **Einfach- und Mehrfachstreuung** zu unterscheiden. Beim einzelnen Streuprozess müssen insbesondere die Streuung der Elektronen im Kernfeld und die

Elektron-Elektron-Streuung berücksichtigt werden. Der Wirkungsquerschnitt für die **Streuung von Elektronen im Kernfeld** ist gegeben durch den Wirkungsquerschnitt gemäss Rutherford

$$\frac{d\sigma}{d\Theta} = k \frac{Z^2}{E^2} \frac{\sin \Theta}{\sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)}$$

Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zu  $Z^2$  und umgekehrt proportional zum Quadrat der Elektronenenergie. Obschon der Rutherford-Wirkungsquerschnitt klassisch hergeleitet ist und man einige Annahmen treffen muss, die nicht immer erfüllt sind, ist er trotzdem für den praktischen Gebrauch meistens ausreichend<sup>1</sup>.

Die Streuung im Kernfeld und die Elektron-Elektron-Streuung bewirken eine grosse Zahl von Ablenkungen mit kleinen<sup>2</sup> Winkeln. Für den mittleren quadratischen Streuwinkel erhält man folgende Abhängigkeit von der Dichte  $\rho$  und der Kernladungszahl  $Z$  des Absorbers:

$$\overline{\Theta^2} \propto \frac{\rho Z^2}{A E^2}$$

Somit ist klar, dass der Streuwinkel umso grösser ist, je niedriger die Energie der Elektronen und je höher die Dichte und Ordnungszahl des durchstrahlten Mediums sind. Man kann mittels Monte Carlo Methoden sehr schön zeigen, wie sich ein einfallendes Elektronenstrahlenbündel mit zunehmender Tiefe im Absorber ausbreitet (Fig. 16).

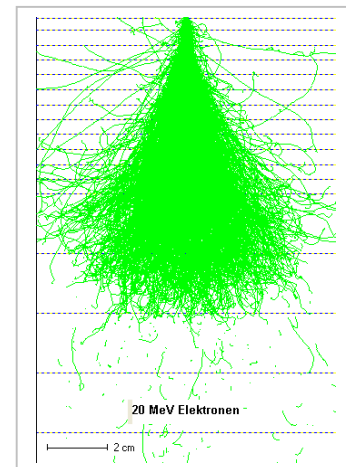


Fig. 16 Elektronenstreuung

## Energiespektren von Elektronen

Das Energiespektrum der aus dem Beschleuniger austretenden Elektronen ist schmal. Man hat praktisch einen monoenergetischen Strahl vorliegen. Wenn die Elektronen in eine Medium eintreten, verbreitert sich jedoch das Spektrum rasch (Fig. 17).

<sup>1</sup> Die Streuung von Elektronen an Elektronen wurde von Møller untersucht. Hierbei hat man vor allem daran zu denken, dass man das gestreute Teilchen nicht vom einfallenden Teilchen unterscheiden kann. Die Streuung von Positronen an Elektronen wurde von Bhabha untersucht.

<sup>2</sup> Die  $1/\sin^4$ -Abhängigkeit bewirkt, dass die Ablenkungswinkel sehr klein sind.

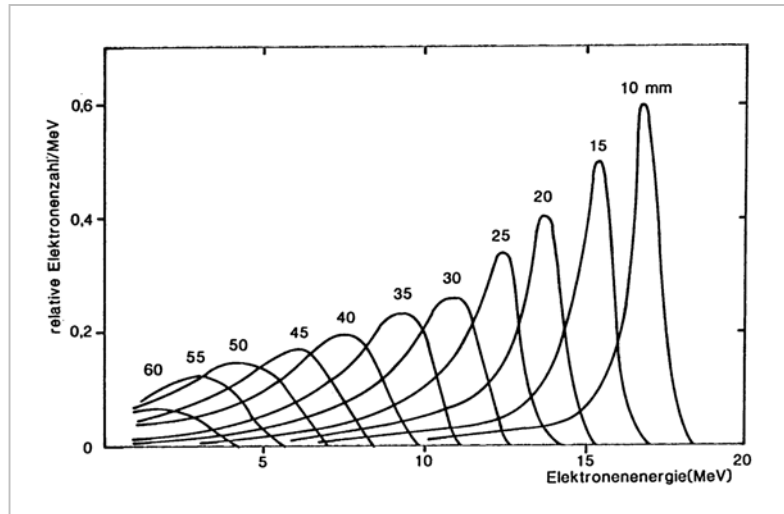


Fig. 17 Energiespektren als Funktion der Absorberdicke (aus Krieger).

Wenn man in 1 cm Tiefe bei einem Absorber aus Kohlenstoff die Energiespektren unter verschiedenen Winkeln betrachtet, so findet man bei hohen Streuwinkeln eine starke Verschiebung zu tiefen Energien hin (Fig. 18).

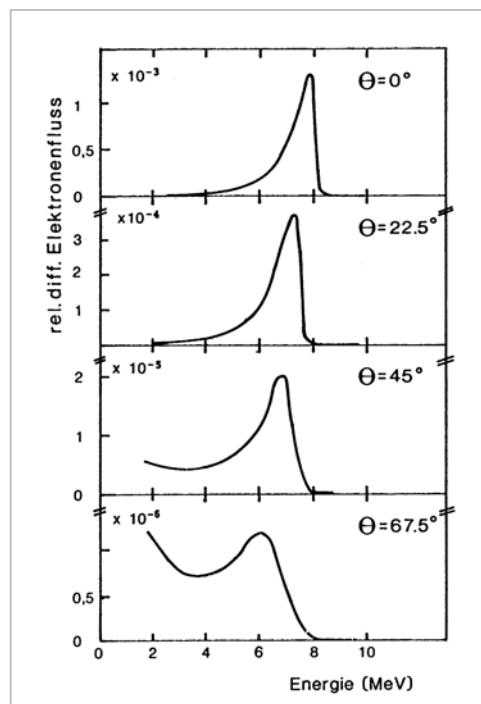


Fig. 18 Energiespektren als Funktion des Streuwinkels (aus Krieger).



## Strahlentherapie mit Elektronen

Die Vorteile und die Limitationen der Therapie mit Elektronen sind im wesentlichen ersichtlich aus der Tiefendosiskurve. Diese zeigt ein ziemlich flaches Plateau in den ersten cm des Gewebes, dann einen verhältnismässig raschen Dosisabfall und schliesslich einen längeren, langsam auslaufenden Schweif, der gegeben ist durch Photonen, welche in der Streufole, an den Kollimatorwänden und im Medium selbst erzeugt wurden. Damit erhalten wir folgende Merkmale:

- a) Die Dosisverteilung eines Elektronenbeams ist so, dass ein oberflächennaher Gewebebereich relative gleichmässig bestrahlt wird unter Schonung des tiefer liegenden Gewebes.
- b) Bei nicht zu hohen Elektronenenergien kann oft ganz einfach mit einem Feld bestrahlt werden.
- c) Die biologische Wirksamkeit von Elektronen und Photonen im Megavoltbereich ist gleich.
- d) Der Build-Up der Tiefendosiskurve ist weniger ausgeprägt als bei Megavoltphotonen.

Für Tumoren, die weniger als 6 cm unter der Hautoberfläche liegen, ist die Elektronentherapie mit Energien im Bereich 4 MeV bis 20 MeV günstig. Insbesondere bei Hauttumoren, sowie Tumoren der Lippen, Ohren und Nase werden Elektronen eingesetzt. Ebenso können Bestrahlungen der Brustwand durchgeführt werden unter guter Schonung der Lungen.

Leider gleicht sich bei höheren Energien die Tiefendosiskurve der Elektronen immer mehr derjenigen von Photonen an, ausserdem ist die Penumbra bei hohen Elektronenenergien sehr breit. Diese Effekte machen den Einsatz von Elektronen bei Energien oberhalb von 20 MeV weniger attraktiv.

Bei einem oberflächlich liegenden Tumor will man das tiefer gelegene Gewebe schonen und daher einen Elektronenstrahl geringer Energie verwenden. Dieser hat aber ein ausgeprägtes Build-Up Verhalten, was die Tumordosis inhomogen macht. Umgekehrt will man bei tiefer liegenden Tumoren die Haut schonen. Ausgerechnet bei den für die Behandlung des tiefer liegenden Tumors benötigten höheren Energien ist der Build-Up jedoch gering. Diese Energieabhängigkeit des Elektronen-Build-Up behindert eine optimale Therapie.

## 10.Literatur

- Attix, Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry
- Jackson, Klassische Elektrodynamik
- Johns & Cunningham, The Physics of Radiology
- Krieger, Strahlenphysik, Dosimetrie und Strahlenschutz, Band I und Band II
- Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments
- Metcalfe, Kron, Hoban, The Physics of Radiotherapy X-Rays From Linear Accelerators
- Smith, Radiation Therapy Physics